INTRODUCTIO
AD
VERAM PHYSICAM:
SEU
LECTIONES PHYSICÆ

Habitæ in Schola Naturalis Philoſophiæ Academiæ OXONIENSIS An. Dom. 1700.

Quibus accedunt Theorematum Hugeniorum de Vi Centrifuga & Motu Circulari demonſtrationes.

Authore JOANNE KEILL M. D. Aſtronomiæ Profeſſore Saviliano. R. S. S.

Editio Tertia.

OXONIÆ,
E THEATRO SHELDONIANO,
Impenſis *Hen. Clements*, ad Inſigne Lunæ Falcatæ in Cœmeterio D. *Pauli* LONDINI, An. Dom. MDCCXV.

Imprimatur,

RO. MANDER

Vice-Can. Oxon.

Feb. 14.
$170\frac{1}{2}$.

Nobilissimo & Honoratissimo

D^NO. D^NO. THOMÆ

COMITI

PENBROCHIÆ,

ET

MONTGOMERIÆ &c.

Nobilissimi Ordinis Periscelidis Equiti,

SUMMO

CLASSIUM BRITANNICARUM

PRÆFECTO.

TIBI, Vir Honoratissime, Exercitationes hasce destinantem, merito me deterreret Dignitatis Tuæ splendor & amplitudo, nisi illis aditum aperire præ se ferret ea,

quam Tu foves & ornas, philoſophia. Cum enim graviſſimis Reipublicæ negotiis, ingenua literarum ſtudia admiſcere ſoleas, eum ad Te haud ægre ſines accedere, qui tantas quidem curas Tuas interpellare minime audet, otio tamen aliquid liberalis oblectamenti offerre magnopere cupit. Hoc enim cum paucis commune habes, ut idem & in literis optime verſatus ſis,& in Republica; idem tam philoſophorum ſcholis, quam Regum conciliis præeſſe merearis.

Dum itaque in idoneis conſiliis adhibendis quam ſapiens ſis, Regum ſapientiſſimus; in fœderibus ſanciendis quam

prudens

prudens ſis, univerſa loquitur *Europa*, quam interim de literis meritus es laudem, ab Academico ne recuſes.

Liceat etiam & nobis, Tibi de noviſſimis Tuis honoribus gratulari, liceat nobis cum patria una gaudere, id Tibi deferri munus, quod non modo virum in rebus gerendis fidum fortemque, ſed reconditiore matheſeos ſcientia optime inſtructum deſiderat. Hiſce ſtudiis ita animum imbuiſti Tuum, ut in Tuis manibus Præfectura Claſſium & Oceani Imperium, hoc eſt, populi *Anglicani* ſalus & tutela tuto poſſit deponi. Dum itaque eo in munere verſaris, ut ejuſmodi lite-

raturæ ſepoſitam olim apud Te ſupellectilem reviſere denuo & in lucem proferre liceat; ſinas Vir Nobiliſſime, ut hoſce in re phyſica conatus mathematicis argumentis potiſſimum innixos, ad Te haud importunus deducam, qui quidem quocunque rationis pondere fulciri videantur, ad judicium Tuum non appellant, ſed implorant Patrocinium.

Illuſtriſſimæ Meritiſſimæque

Dignitatis, Nobilitatis,

& Magnitudinis Tuæ

Oxoniæ, Feb. 14. 1701.

Obſervantiſſimus Cultor

Jo. Keill.

PRÆFATIO.

QUAMVIS nunc dierum celebretur Philosophia Mechanica, & insignes in hoc ævo obtineat sui cultores; in plerisque tamen physicorum scriptis, vix quicquam mechanicæ præter ipsius nomen inveniri potest. In cujus locum substituunt philosophi corpusculorum quæ nunquam viderunt, figuras, vias, poros & interstitia, partium intestinum motum, pugnas & conflictus Alkali & Acidi, & quid boni malive exinde oritur ita ad amussim narrant, ut nihil in historia naturali præter fidem desideretur, quoties materiæ subtilis miracula prædicant; miracula dico, nam illud proculdubio miraculi instar est, quod contra passim notas naturæ leges, & stabilita mechanicæ principia evenit; qualia futura essent omnia naturæ phænomena, si à materia subtili & methodo operandi à Physicis tradita producerentur.

Ad ipsam naturam explicandam postulata adhibent quæ nec concedi possunt, nec intelligi, & quæ magis implicata sunt, quam illa ipsa phænomena quorum causas investigant. Quod si ipsis sua concedantur postulata, non tamen exinde orientur effectus isti, quorum rationes & origines se enucleasse gloriantur.

Ne vero quisquam hoc gratis & malevole à nobis dictum suspicetur, Theoriam illam, quam ad explicandam affectionem corporum terrestrium omnium maxime universalem condiderunt, examini subjiciamus; Gravitatem intelligo, quam ex legibus mechanicis

nicis per materiæ subtilis actionem se deduxisse maxime jactitant.

Cartesiani gravitatem ab actione materiæ cœlestis oriri volunt, quæ in vortice agitata circa terram defertur, & proinde quantum possit à terra recedit, & corpora terrestria minus agitata versus terram propellit. Vel, ut clarius recentiores mentem suam explicant, cum materia ætherea continuos circa terram gyros perficiat, corporum in circulo moventium ritu, conatum à centro motûs recedendi habebit, adeoque corpora terrestria minorem vim habentia versus centrum protrudet; ut aqua versus terram gravitans corpora minoris pro mole ponderis demersa sursum seu ad circumferentiam pellit.

Hæc utcunque speciosa prima facie videantur, si ad examen revoces, omnibus fere naturæ legibus adversari invenies. Nam primo Cartesiani postulant materiam æthereum circa terram in circulis deferri; at qua ratione motus iste oriatur, aut quo pacto conservetur, æque arduum esset exponere, ac ipsius gravitatis rationem reddere; qui igitur gravitatem exinde ortum suum ducere contendunt, ignotum per ignotius explicare suscipiunt; præsertim cum non pauca adduci possunt argumenta quibus istiusmodi rotatio penitus evertitur. Verum Cartesianis concedamus illud postulatum, & videamus utrum exinde sequetur quod volunt Phænomenon. Cum necesse sit ut vorticis terram circumrotantis velocitas ad terræ superficiem, sit æqualis ipsius terrenæ rotationis velocitati (nam si major esset, aliqua motus pars in terram impenderetur, quo fieret ut ipsius velocitas semper minueretur & terræ augeretur donec ad æqualitatem pervenirent,) unde ex notis

Terræ

Terræ magnitudine & tempore rotationis, dabitur ſpatium, quod corpus, urgente vi centrifuga materiæ cæleſtis, percurrere poteſt, in dato tempore, æquale ſcil. arcus interea deſcripti quadrato ad circuli diametrum applicato. Per Lem. 2. ad demonſtrationes Theorematum Hugenii *de Vi Centrifuga & Motu Circulari. Ex quo principio ſi calculus ineatur, inveniretur ſpatium quod tempore unius ſcrupuli ſecundi à corpore vi centrifuga ætheris agitato percurrendum non excedere pedem dimidium: ſi igitur mechanicè produceretur effectus gravitatis, tempore unius ſcrupuli ſecundi gravia non ultra dimidium pedem deſcenderent, at gravia in motu ſuo deorſum pedes* 15 *in eo tempore percurrunt, adeoque ſi hoc modo æther gravitatis cauſa eſſet, contra mechanicæ leges ageret, efficiendo ut corpus per pedes* 15 *in ſcrupulo ſecundo deſcendat.*

Ut hujus objectionis vim effugiant, ſupponunt materiæ æthereæ vertiginem vertigine terræ multo celeriorem. Quod licet fieri non poſſit, illud tamen ſi denuo iis concedamus, nec inde ſequetur mechanica gravitatis actio. Nam cum materia vorticis ſemper defertur in circulis æquatori parallelis, & virium centrifugarum directiones ſecundum lineas in planis horum circulorum jacentes ſemper fiant; oportet ut corpora omnia in hiſce planis deſcendant, & perpendiculariter ad axem, non ad ipſam terram tendant. Si igitur materia ſubtilis mechanice ageret, corpora ad axem rectà pelleret, unde cum ſecundum hos Theoriſtas ad centrum terræ tendere cogit, effectum à veris mechanicæ legibus abhorrentem producit.

Ut hanc difficultatem tollant, ulterius ſupponunt

materiam æthercam non in circulis æquatori parallelis, sed in magnis sphæræ circulis deferri: At quo pacto hoc concipi possit, plane nescio; cum enim quivis circulus maximus alios omnes infinitos bis secet, oportet ut motus particulæ cujusvis ab aliis infinitis secundum diversas vias pergentibus impediatur, atque tandem motus ejus sistatur, si primò in omnes partes æqualis impressa fuerit motus quantitas; vel ut ultima in circulis parallelis omnis deferatur, si major fuit ab initio motus versus unam partem quam aliam. Quin & illud etiam quæri potest unde fit ut materia ætherea in superficie sphæræ extimæ moveatur, cum vim centrifugam habeat, videtur ipsam debere inde recedere; quid igitur est quod ipsam inhibeat? dicunt alia corpora ambientia materiam in extima superficie coarctare & ejus recessum impedire. Cum autem oporteat ut materia hæc, alia corpora ipsam ambientia premat, necesse est ut motum ipsis communicet; & hæc corpora aliis ipsa ambientibus motum pariter imprimens, atque sic in infinitum propagabitur motus materiæ subtilis, unde necesse est ut celeritas ipsius paulatim languescat.

Aliæ quam plurimæ difficultates, mechanicas hasce gravitatis explicationes urgent, quarum unam ad omnes istiusmodi ipsius Theorias se extendentem libet proponere. Scilicet si corpus deorsum à materia subtili, quovis modo pellatur, vis qua pellitur necessario erit ut numerus particularum, quibus simul agentibus versus terram truditur: sed numerus particularum est ut corporis superficies; quare erit vis quâ corpus deorsum premitur ut ejusdem superficies & non ut ipsius quantitas materiæ, quod experientiæ contradicit. Nec minus cæteras plerasque

omnes,

omnes, quas de aliis rebus condunt hypotheses, si ad examen reducantur, naturæ legibus repugnantes inveniemus.

Omnes errores ex hoc fonte promanasse videntur, quod homines ignari Geometriæ philosophari ausi sunt & rerum naturalium causas reddere. Quid enim aliud præter hallucinationes ab iis exspectandum, qui Geometriam totius physicæ fundamentum neglexerunt, & ignotis naturæ viribus per Geometriam tantum æstimandis, ipsius tamen operationes, methodo regulis mechanicis minime congruâ explicare sunt aggressi?

Inter hujusmodi philosophos Cartesius *agmen ducit, qui etiam si Geometra fuerit insignis, ignavo tamen & desidi ut placeret philosophantium populo, nullum Geometriæ usum in philosophia adhibuit; & quamvis profiteatur se omnia mechanice per materiam & motum explicaturum: philosophiam tamen excogitavit, quæ à veris mechanicæ legibus tantum abhorret quantum quæ longissime. Illius sectæ nomina dant, quicunque recte, hoc est, Geometrice philosophandi laborem refugiunt: magna equidem turba per orbem terrarum longe lateque diffusa.*

At licet tanta philosophantium pars umbram philosophiæ, non ipsam substantiam amplexa sit; non tamen desunt (nec ut spero unquam deerunt) qui in veris naturæ legibus perscrutandis, & rerum causis per principia mechanica exinde investigandis haud inanem posuerunt operam.

Inter antiquos physicos præcipue eminuit Divinus Archimedes, *qui præter illa Geometrica sui monumenta, Mechanicæ & Staticæ principia duobus libris* De Æquiponderantibus & De Humido Insidentibus

ſidentibus *nobis demonſtrata reliquit. Poſt hunc per longam annorum ſeriem delituit mechanica philoſophia, nec niſi paucis quibuſdam accuratioris ingenii viris exculta eſt. Inter quos* Rogerus Bacon Oxonienſis & Hieronymus Cardanus *meritò nominandi ſunt. Tandem ſub initio ſeculi ultimo elapſi, nobilis ille Lynceus philoſophus* Galileus, *clave Geometrica rurſus reſeratis naturæ clauſtris, novam condidit de motu ſcientiam, & methodum monſtravit, qua rerum cauſæ mechanicæ ſint indagandæ. Ejus veſtigiis inſiſtentes, inſignes viri* Torricellius & Paſchalius *philoſophiam novis ſpeculationibus adauxerunt. Poſtquam vero à duobus potentiſſimis regibus, Societates* Londinenſis & Pariſienſis *ad philoſophiam excolendam inſtitutæ fuerint; miris inventis ampliata eſt rerum naturalium ſcientia, non iis ſolum quæ in nuda ſpeculatione verſantur, ſed aliis quamplurimis quæ hominum utilitatibus inſerviunt. Arduum eſſet negotium innumera illa recenſere beneficia, quæ ex utriuſque ſocietatis laboribus humano generi provenerunt: nec facile eſt oſtendere, quantum debebit omnis poſteritas illuſtris* Hugenii *Geometricis de motu pendulorum demonſtrationibus, aut egregiis nobilis* Boylei *experimentis, quibus ille admiranda plurima retegit naturæ arcana.* Wallisii *Geometriam de motu, Opus in ſuo genere perfectiſſimum, grato animo revolvent ſeri nepotes. Non ulterius torquebunt philoſophos fluviorum & ventorum cauſæ ab acutiſſimo Geometra* Halleio *in Actis Philoſoph. traditæ, ante ipſum fruſtra tentatæ.*

Ad aliorum erga rempublicam philoſophicam merita commemoranda pergerem, niſi circa Newtoni *præclara*

præclara inventa non subsistere nefas ducerem, cujus sagacissimum ingenium plura & abstrusiora patefecit naturæ mysteria quam sperare mortalibus fas erat; cumque illius inventa intra angustos hujus præfatiunculæ limites non sunt coarctanda, sufficiat hoc solum indicâsse; quod quæcunque Patres nostri ab omni temporum memoria de philosophia mechanica nobis tradidunt, ea ne ad decimam eorum assurgunt partem, quæ proprio Marte, per summam in Geometria peritiam, adinvenit Newtonus. *Quam facile autem ad rerum à nobis longe dissitarum affectiones explicandas, planetarum scil. motus ipsorumque inæqualitates adhiberi possint principia Mechanica, nuper literato orbi innotuit per Elementa Astronomiæ Physicæ & Geometricæ à* D. Gregorio *Astronomiæ Professore Saviliano Edita. Opus cum Sole & Luna duraturum.*

Cum vero talis sit philosophiæ mechanicæ status, ut nulla alia ratione quam per Geometriam aditus ad ipsam pateat; id à me efflagitabant amici mei ut ipsius principia faciliora à primis tantum Geometriæ Elementis pendentia, & quæ exinde fluunt phænomena Juventuti Academicæ exponenda susciperem; quod etiam à me non iniquo jure postulavit Vir Clarissimus & omni literarum genere ornatus Dominus Thomas Millington *Eques M. D. Philosophiæ Naturalis in hac Academia Professor* Sedleianus, *& Collegii Medicorum apud* Londinenses *Præses, cum me ad munus hoc obeundum in scholis publicis suffecit. Illius consilio sequentes in Academia lectiones habui: in quibus id præcipue mihi curæ fuit, ut discentium conceptus de generalibus corporum affectionibus rite & distincte formarentur;*

marentur; ab obscuris enim & falsis de rebus ideis, omnes in re physica errores originem ducunt; ideoque corporis extensionem, soliditatem, & divisibilitatem à plerisque satis obscure traditas, quantum potui, dilucide exposui: deinde motûs naturam & proprietates, ab omnibus præterquam quibusdam philosophis satis clare concipiendas, explicui, & leges naturæ exinde deduxi, vim gravitatis seu pondera corporum quantitatibus materiæ in iisdem proportionalia esse, & principium quo per machinas magna pondera elevantur ostendi. Motus deinde leges, & causam accelerationis gravium ab iisdem pendentem, & qua proportione crescunt vel decrescunt spatia à gravibus pro variis temporum intervallis percursa monstravi. Hisce succedunt regulæ congressuum tam in corporibus duris quam elasticis, & modus quo ictus magnitudo æstimanda est: quibus adjunxi motuum compositiones & resolutiones, & alia quædam theoremata. quorum haud exiguus est in philosophia usus; & ut ulterius videant philosophi, quousque se extendat in scientia rerum naturalium Geometriæ etiam elementaris usus, pulcherrima illa Hugenii *theoremata de Vi Centrifuga & Motu Circulari ex Elementis demonstravi.*

LECTIO

LECTIO I.

De Methodo Philosophandi.

QUandoquidem Muneris Nostri institutum postulat, ut coram vobis, Academici, corporum naturas & affectiones explicandas suscipiamus, necessarium duximus, priusquam rem ipsam aggrediamur, quædam de Physicorum sectis, principiis, & methodis præfari; eamque rationem exponere, quam amplexuri sumus in scientia corporum naturalium investiganda.

Philosophorum, qui de rebus physicis scripserunt, quatuor præ cæteris genera inclaruerunt. Primum est eorum, qui rerum naturas per numerorum & figurarum Geometricarum proprietates illustrarunt, dicam? an occuluerunt? quales scil. fuere Pythagorici & Platonici, quippe qui dogmata sua temere in profanum vulgus effundere non sustinuerunt, ideoque larvis & Hieroglyphicis ex Geometria & Arithmetica petitis Physicam suam velarunt, nec quisquam eorum discipulus, nisi post plures exactos probationis annos, ad veram physicam atque arcanam illorum Philosophiam perdiscendam admissus fuit. Quamvis hoc modo sua Philosophiæ dignitas conservata fuerit; pessime tamen nobis horum Philosophorum posteris consultum est; exinde enim adeo larvata atque tenebris involuta ad nostras pervenere manus eorum dogmata, ut quales fuerint veræ de rebus atque rerum naturis sententiæ, parum constet: quantumvis autem obscuram accepimus hujus sectæ Philosophiam, certius tamen ex ea liquet Philosophos illos Geometriam & Arithmeticam

ad ſolvenda naturæ phænomena neceſſarias duxiſſe, atque in hunc finem eas adhibuiſſe.

Secunda Phyſicorum gens à Schola Peripatetica originem duxit; hæc ſecta per materiam & formas, privationes, virtutes elementares, qualitates occultas, Sympathias & Antipathias, facultates, attractiones & id genus alia, phyſicam ſuam explicavit. Verum, ut opinor, hujus nominis philoſophi non tam rerum cauſas indagaſſe viſi ſunt, quam idonea rebus ipſis impoſuiſſe nomina, atque terminos adinveniſſe, quibus Actiones naturales rite deſignare poſſumus.

Tertium Philoſophantium genus per experimenta procedit: atque in id ſolum incumbit, ut corporis cujuſque proprietates, & actiones omnes, per ſenſuum repræſentamina nobis innoteſcant. Hujus ſectæ laboribus haud exigua debet philoſophia incrementa; plura fortaſſe exinde receptura, ſi methodi experimentalis ſectatores nullas ſibi ipſis finxiſſent Theorias, ad quas confirmandas experimenta ſua peſſime detorſerunt.

Quarta denique Phyſicorum claſſis Mechanica dici ſolet, & qui huic ſectæ nomina dant, omnia naturæ phænomena, per materiam, & motum, partium figuram atque texturam, particulas ſubtiles, atque effluviorum actiones, ſe poſſe enodare putant, atque horum operationes ſecundum notas atque ſtabilitas mechanicæ leges fieri contendunt.

Ex variis hiſce philoſophandi methodis, uti nulla eſt in qua omnia placent, ita in omnibus quædam probare poſſumus; quocirca ut delectus habeatur oportet, ea eligendo quæ uſui maxime futura ſunt, & rationem ex hiſce omnibus compoſitam ſequendo.

Et primo, cum antiquis Pythagoricis & Platonicis, Geometriam & Arithmeticam, tanquam artes ad rite philoſophandum neceſſarias, in auxilium accerſemus, ſine quibus parum admodum certi de cauſis naturalibus conſtabit. Cum enim omnis actio phyſica à motu dependeat, aut ſaltem non fiat abſque motu, motûs

quantitas

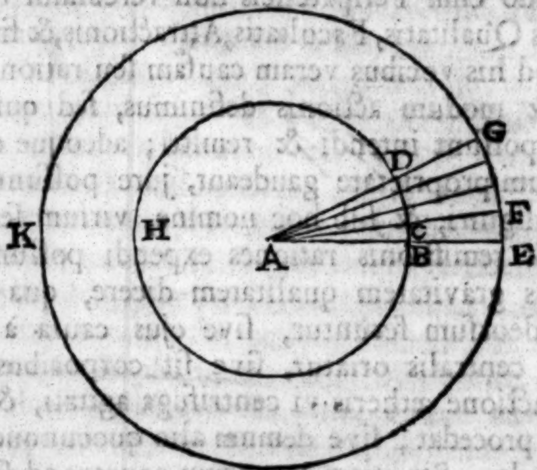
quantitas & proportio, corporum motorum magnitudines, figuræ, numerus, collisiones, & vires ad alia corpora movenda, investiganda erunt. Verum hæc omnia, nisi ex notâ quantitatis & proportionis natura, determinari non possint: adeoque opus erit iis artibus, quæ harum proprietates demonstrant: & proinde Geometria & Arithmetica necessariæ ad rite philosophandum censendæ sunt.

Secundo cum Peripateticis non verebimur usurpare terminos Qualitatis, Facultatis, Attractionis, & similium; non quod his vocibus veram causam seu rationem physicam, & modum actionis definimus, sed quia actiones hæ possunt intendi & remitti; adeoque cum illâ qualitatum proprietate gaudeant, jure possunt earum titulo insigniri, & sub hoc nomine, virium seu intensionis & remissionis rationes expendi possunt. *v. g.* possumus gravitatem qualitatem dicere, qua corpora omnia deorsum feruntur, sive ejus causa à virtute corporis centralis oriatur, sive sit corporibus innata, seu ab actione ætheris vi centrifuga agitati, & altiora petentis procedat; sive demum alio quocunque producatur modo. Sic etiam corporum conatus ad se mutuo accedendi Attractiones vocabimus, qua voce non determinamus actionis istius causam, sive fiat ab actione corporum vel se mutuo petentium, vel per effluvia emissa se invicem agitantium, seu ab actione ætheris, aut aëris, aut medii cujuscunque corpora innatantia ad se invicem utcunque impellentis, possumus, inquam, has actiones illis vocibus denotare. Et si veræ illarum causæ nos lateant, quidni etiam qualitates occultæ dici mereantur? eodem sane jure, quo in æquatione Algebraica incognitas quantitates literis x vel y designamus, & methodo haud multum absimili, harum qualitatum intensiones & remissiones, quæ ex positis quibuscunque conditionibus sequuntur, investigari possunt. Libet hanc rem exemplo illustrare.

Utcunque ignota sit qualitatum natura, utcunque nos

lateat operandi modus, possumus tamen de earum intensione & remissione sequens demonstrare Theorema; scil. quod Qualitas seu virtus omnis, quæ undique à centro per rectas lineas propagatur, remittitur in ratione distantiæ duplicata.

Sit A punctum, à quo undique diffunditur qualitas quæcunque, secundum rectas A B, A C, A D, & cæteras innumeras per totum spatium indefinite protensas.



dico intensionem istius qualitatis, decrescere in ratione ejus, qua crescunt distantiæ, duplicatâ; seu quod idem est, intensionem ejus in distantia æquali ipsi A B esse ad illius intensionem in distantia æquali rectæ A E, reciproce in duplicata ratione distantiæ A E ad distantiam A B. hoc est, ut quadratum ipsius A E ad quadratum ipsius A B. Cum ex hypothesi qualitas per rectas lineas undique in orbem propagatur, erit ejus intensio, in quavis à centro distantia, spissitudini radiorum in ea distantiâ proportionalis; per radios hic intelligimus vias rectilineas per quas diffunditur qualitas; at radii, qui ad distantiam A B diffunduntur per superficiem sphæricam B C D H, ad distantiam A E per totam superficiem sphæricam E F G K sese dispergunt; sed datorum radiorum spissitudines sunt reciproce ut spatia

quæ

quæ ab iis occupantur; nempe si superficies E F G K sit dupla B C D H, erunt radii ad superficiem B C D H duplo confertiores, quàm iidem radii sunt ad superficiem E F G K, & si superficies E F G K sit tripla superficiei B C D H, erunt quoque radii ad superficiem B C D H triplo densiores quàm iidem radii sunt ad superficiem E F G K: & universaliter quamcunque proportionem habet superficies E F G K ad superficiem B C D H, eandem habebit reciproce densitas radiorum ad superficiem B C D H, ad densitatem eorundem ad superficiem E F G K. Sed ut constat ex *Archimedis libris de sphæra & cylindro*, superficies sphæricæ sunt in duplicata ratione diametrorum vel semidiametrorum; est igitur spissitudo seu densitas radiorum per quos propagatur qualitas ad distantiam æqualem distantiæ A B, ad eorundem densitatem in distantia æquali A E, reciproce in duplicata ratione semidiametri seu distantiæ A E ad semidiametrum seu distantiam A B; sed ut hactenus dictum est, intensio qualitatis in quavis data distantia est semper ut spissitudo radiorum per quos propagatur in ea distantia; quare erit etiam intensio qualitatis ad distantiam æqualem ipsi A B ad ejusdem intensionem ad distantiam æqualem ipsi A E, reciproce in duplicata ratione distantiæ A E ad distantiam A B.

Theorema hoc universaliter demonstravimus, quæcunque sit Qualitatis natura, modo secundum rectas lineas agat, atque hinc sequitur luminis, caloris, frigoris, odorum, & istiusmodi qualitatum intensiones esse reciproce ut quadrata distantiarum à puncto unde procedant. Hinc etiam comparari inter se possunt actiones Solis in diversos Planetas, sed hæc non sunt præsentis instituti.

Post notas virium rationes in datis conditionibus seu suppositionibus, conferendæ sunt rationes illæ cum naturæ phænomenis, ut innotescat quænam virium conditiones singulis corporum generibus competant. Verum ut hoc fiat, plurima in subsidium advocanda sunt

experimenta, qualia ſcilicet tertiæ ſectæ Philoſophi nobis tradiderunt; haud ſine cautela tamen illa adhibenda ſunt, quæ non niſi à *Theoriſta* aliquo ad ſuam probandam hypotheſin adducuntur; novimus enim hoc hominum genus, quam impenſe ſuis faveant Theoriis, quam vellent eſſe veras, quam facile vel alios decipiant, vel ſeipſos in experimentis perficiendis decipi patiantur; quæ autem ab omnibus afferuntur, quæ quotieſcunque tentata ſuccedunt, ea tanquam indubitata principiorum ſeu axiomatum loco habebimus, ſimpliciſſimis tamen & monſtratu facillimis plus eſt fidendum, quam magis compoſitis & exploratu difficilioribus.

Denique, Academici, cum antiquis Atomiſtis, & nova philoſophiæ ſectatoribus, experiemur quæ & qualia phænomena per materiam & motum, & notas atque ſtabilitas Mechanicæ leges explicari poſſunt.

Ut vero tutius in hoc negotio progrediamur,& quantum poſſumus erroris periculum evitemus, ſequentes regulas nobiſmet obſervandas proponimus. Primo, ſecundum Geometrarum methodum Definitiones ad rerum notitiam neceſſariæ ponendæ ſunt: nolim tamen ut à me exſpectetis definitiones Logicas ex genere & differentia conſtantes, vel eas, quæ intimam rei definitæ eſſentiam & ultimam cauſam prodant, has aliis diſputandas relinquo; ut ingenue fatear ignorantiam, me latent intimæ rerum naturæ & cauſæ; quicquid mihi de corporibus eorumque actionibus compertum eſt, illud vel à ſenſibus hauſi, vel ex aliqua eorum proprietate mihi per ſenſus notâ, deduxi. Sufficiat ergo, ſi loco iſtiuſmodi definitionis (quam afferunt Logici) deſcriptionem adhibeamus; qua ſcilicet res deſcripta clare & diſtincte concipiatur, & ab omni alia diſcernatur. Res igitur per proprietates definiemus, unam aliquam ſimplicem aſſumendo, vel etiam plures, quas experientia rebus ipſis competere certiſſime novimus, atque ex illis, alias earundem proprietates methodo geometrica deducemus. Contra hanc regulam peccant

plerique Philosophiæ novæ magistri, qui res definiunt non quidem per proprietates rebus ipsis certo competentes, sed per essentias & naturas quas inesse rebus supponunt. Supponunt quidem, at minime interim constat an, quales illi definiunt naturas, rebus ipsis revera insint. *e. g.* Cartesiani dicunt fluidum esse, cujus partes in continuo motu versantur; verum nec sensu, nec experientia, nec ratione proditum est, talem esse fluidi naturam: imo, quod illi afferunt argumentum ad hypothesin suam stabiliendam, hoc ipsum demonstratione Geometrica evertemus. Volunt enim corporis in fluido moventis minorem esse resistentiam, si partes fluidi motu intestino cientur, quam si nullus talis adesset fluidi motus; cujus contrarium, cum de fluidorum resistentia agetur, demonstrabimus.

Quanto rectius philosophiæ Mathematicæ scriptores, qui ex notissima fluidi proprietate illius desumunt definitionem; Fluidum dicunt esse corpus cujus partes vi cuicunque illatæ cedunt & cedendo facile moventur inter se: ex qua definitione pulcherrima condunt theoremata ad usus humanos maxime accommoda, cum interea philosophi Cartesiani nihil certum aut solidum, nedum utile, ex sua protulerunt.

2do. In veritate physica investiganda, utile erit conditiones solum primo positas considerare, & ab omnibus aliis, interea temporis abstrahere. Mens enim humana, finita cum sit, si nimia rerum multitudine implicita distrahatur, parum habilis ad Theoremata detegenda reddetur. Hanc regulam observant scriptores Mechanici in spatiis comparandis à duobus mobilibus percursis: corpora enim mota in illo casu tanquam puncta considerant, ab illorum magnitudine, figura, & colore abstrahentes, quæ longitudinem percursam nullo modo variant.

3tio. Necesse erit à simplicissimis casibus ordiri, atque illis semel stabilitis, exinde ad magis compositos progredi licebit; sic iidem Mechanici corporum motus

in vacuo seu medio non resistente fieri supponunt, atque, motus legibus in illo casu indagatis, exinde ad medii resistentiæ leges investigandas procedunt, & quales mutationes ex eâ corporibus motis oriri oportent, deinde contemplantur. Quo vero minus corporum motibus resistit medium, eo minus recedunt corporum in eo medio motorum leges, à legibus prius inventis. Sic etiam in Hydrostatica, supponitur nullam esse fluidi tenacitatem, seu partium cohærentiam, sed eas posse minima qualibet vi à se invicem divelli; ex qua suppositione corporum demersorum pressiones & positiones determinantur. Verum fortasse nullum est in natura fluidum, cujus partes omni cohæsione destituuntur, adeoque variatio, seu à legibus prius inventis discrepantia investiganda erit; & si parva admodum sit partium cohærentia, parva erit etiam & vix sensibilis à prædictis legibus discrepantia.

Contra hanc methodi legem peccant plerique *Theoristæ*, qui, primis & simplicioribus Mechanicæ philosophiæ neglectis vel non satis intellectis principiis, ardua & difficillima problemata statim aggrediuntur, & quo pacto mundus aut planeta aut animal fabricari possint, temerario ausu ostendere conantur; quibusdam in Geometria sciolis haud absimiles, qui cum elementa Geometriæ vix primis labiis tetigerunt, Quadraturam circuli, anguli Trisectionem per rectas lineas & circulares, Cubi Duplicationem & id genus alia statim adoriuntur. Ita nostri Theoristæ, haud bene jactis fundamentis, insanum exstruunt ædificium; unde nil mirum erit, si tantæ molis opus statim collabatur, haud sine ingenti fabricantium dedecore. At rite philosophantibus alia tentanda est via, alia progrediendum est methodo, & quamvis nec Mundum, nec Terram, nec alium quemvis Planetam condituri sunt, efficere tamen possunt, ut philosophiæ mechanicæ principia & fundamenta firmiter stabiliantur, &, quæ exinde consequi possint phænomena, explicentur.

LECTIO II.

De Corporis Soliditate & Extensione.

CОrporis definitionem non hic afferemus ex ejus intima natura seu essentia desumptam, qualem non satis perspectam habemus; nec fortasse ad ejus cognitionem unquam sumus perventuri: verum secundum regulam in priore lectione nobis propositam, per notas quasdam illius proprietates, illud ab omni alio entis genere distinguendo, definiemus: Idque corpus dicimus *quod extensum est, solidum & mobile.*

Nemo, ut opinor, adeo hebeti est ingenio, quin facile percipiat omnis corporis finiti aliquos esse terminos, quos superficies vocamus, harumque unam aliquam ab opposita distare; quin & hujus rursus superficiei, (cum infinita non sit) dantur extrema, quæ lineas dicimus, quarum necesse est aliquam esse à se invicem distantiam. Etiam & harum linearum erunt aliqui termini, quos puncta nominamus, inter quæ denique aliquod intervallum poni oportet: ex hisce omnibus distantiis simul junctis, claram extensionis in trinam dimensionem ideam percipimus. Etenim distantia inter duas oppositas ejusdem corporis superficies, illius crassities seu profunditas dicitur; distantia inter binas oppositas ejusdem superficiei lineas, latitudo vocatur; & distantia inter utramque lineæ extremitatem, corporis longitudo nominari potest. Nullum est corpus cui trina hæc dimensio non congruit, & quantulumcunque corpus esse supponamus, necesse tamen erit ut crassitiem, latitudinem & longitudinem habeat: quod autem in corpore est, hisce omnibus destitutum, illud non corpus, sed punctum est, nec ipsa magnitudo sed magnitudinis initium aut finis.

Soliditas eſt ea corporis proprietas, per quam omnibus aliis corporibus undequaque prementibus reſiſtit, & quamdiu aliquem occupat locum, alia corpora omnia, quantacunque cum vi illud urgeant, in eundem intrare prohibet. Sic *v. g.* ſi corpus aliquod intra manus teneatur, quantumvis magna vi prematur, manus tamen ad mutuos contactus pervenire non patietur.

Hæc eſt illa proprietas, quam plerique Peripatetici impenetrabilitatem vocant, qua ſcil. duo corpora non poſſunt eſſe ſimul in eodem loco, vel ſe mutuo penetrare; ego tamen cum illuſtri hujus ætatis Philoſopho, ſoliditatem malui appellare. Hæc etiam proprietas ita omnibus corporibus eſſentialis videtur, ut nihil aliud in rerum natura ſit, cui ea competere poſſit: etſi enim dantur aliæ magnitudinis ſpecies, ſola tamen magnitudo corporea ſoliditatem admittit; reliqua quanta, vel etiam non quanta, ſeu puncta, poſſunt ſeſe mutuo penetrare, uniri, & in eodem eſſe loco: quippe ſi duo Globi ſibi mutuo occurrant, in concurſu punctum unius unietur cum puncto alterius, ſeu congruent vel in eodem erunt ſpatii puncto, ſimiliter ſi ſint duo cubi æquales, poteſt eorum unus ſuper alterum imponi, ita ut duæ eorum ſuperficies quadratæ congruant, latera nempe unius quadrati cum alterius quadrati lateribus coincidant; & anguli unius cum alterius angulis unientur, quæ proinde quantitates ſeſe penetrabunt & in eodem erunt loco, quod ut ipſis contingat corporibus impoſſibile eſt.

Hinc facile perſpicitis, Academici, quam diverſo ſenſu *Soliditatis* vocem uſurpamus, ab eo qui apud Geometras habetur, qui ſolida ſeſe mutuo penetrare poſſe, ſupponunt; *v. g.* cum demonſtrat Euclides (Elemento undecimo) duo ſolida parallelepipeda ſuper eadem baſi, inter eadem parallela plana conſtituta, eſſe inter ſe æqualia; cum autem duo diverſa parallelepida ſic conſtituta ſeſe penetrare neceſſe eſt, liquet Geometras ſua ſolida tanquam penetrabilia ſupponere. Soliditatis igitur

tur vocem, diverſo prorſus ſenſu accipiunt Geometræ, quam Philoſophi, nec ſua ſolida magnitudini penetrabili opponunt, ſed planæ, ſeu ſuperficiebus, angulis planis, & lineis; omne enim illud apud eos ſolidum eſt, quod trina dimenſione conſtat.

At alterius generis eſt corporum ſoliditas, quam ut ad corpora ſolummodo pertinere diximus, ita etiam omnibus corporum generibus ineſt, ſive fluida ſint, ſive dura, ſive firma, & fixa ſint, ſeu facile mobilia & ictui cedentia, ſeu gravia admodum ſint, ſive parum habeant ponderis, vel ſi omnino levia fuerint, ſi modo talia darentur corpora, non enim minus prohibet duorum quorumvis corporum contactum gutta aquæ, vel aëris particula inter duo illa corpora immota manens, quam duriſſimum ferrum aut Adamas.

Per hanc denique proprietatem, diſtinguitur corpus ab alio extenſionis genere, quod penetrabile concipimus, & ſpatium vocamus, in quo omnia corpora locari & moveri cernimus, illud ipſum ut immobile ſpectantes.

Carteſiani, qui corpus per ejus naturam (quam in ſola extenſione conſiſtere volunt) definiunt, nullum agnoſcunt ſpatium, ſeu extenſum, quod non ſit corporeum; verum cum nos ſpatii ideam, à corporis idea diſtinctam habemus, vel ſaltem nos habere imaginamur; peccant contra bonæ methodi leges, qui corporis naturam ſeu eſſentiam intimam, in aliquo ejus attributo ponunt, quod an illi ſoli competat, non certe conſtat.

At dicunt Carteſiani Corpris naturam, in alio nullo illius attributo conſiſtere poſſe, cum nec durities, nec colores, nec pondus, nec figuræ, nec ſapores, nec quælibet iſtiuſmodi qualitatum ſenſum afficientium, illius eſſentiam conſtituere poſſunt. Omnia quippe hæc attributa poſſunt à corpore tolli, integra tamen manente corporis natura; ſublata tamen extenſione, ſtatim tolletur Ens corporeum, adeoque in ſola extenſione corporis naturam ſitam eſſe neceſſe eſt.

Hoc

Hoc eſt ipſius Carteſii argumentum, philoſopho prorſus indignum: nihil enim exinde ſequitur, niſi quod ſenſibiles illæ, quas affert, qualitates non ſunt de eſſentia corporis, extenſionem tamen eſſe attributum corpori neceſſarium & *eſſentiale.* At quid inde? poteſtne unum univerſale attributum duabus diverſis rerum ſpeciebus convenire? an neceſſe eſt ut res omnes, quæ idem habent attributum, eandem habeant etiam naturam, & eſſentiam? Si verum hoc ſit, nulla erit rerum diſtinctio, nulla diverſitas. Quamvis igitur ſpatium & corpus, unum & idem habeant eſſentiale attributum, utrique commune, ſunt tamen res omnino diverſæ; & alia dantur etiam eſſentialia attributa, ſingulis propria, per quæ ſatis diſtinguuntur.

In primis ſupra deſcripta ſoliditas ſolis corporibus propria eſt, & illis omnibus ita eſſentialis, ut eam ab iis ne vel cogitatione divelli poſſis, quin ſimul ſuſtuleris ipſam, quam aſſumpſiſti, corporis ideam; adeoque ſi in uno aliquo attributo, corporis eſſentia & intima natura ponenda ſit, multo potiore jure hanc ſibi vendicabit ſoliditas, quam extenſio; præſertim cum aliud videtur eſſe entis genus à corpore diverſum, quod ſpatium dicimus, cui etiam congruit extenſio; ſaltem contrarium nondum conſtat.

Præterea, hujus ſpatii ideam à corporis idea omnino diſtinctam habemus, utrumque vendicare videtur attributa, non diverſa ſolum & ſibi propria, ſed ita contraria ut impoſſibile ſit, illa tanquam uni & eidem inhærentia ſubjecto concipere. corpus nempe, tanquam ſolidum ſeu impenetrabile, mobile, & diviſibile apprehendimus, cujus partes disjungi, ſeparari, & ad quamlibet à ſe invicem diſtantiam poni poſſunt. poteſt unum corpus alteri corpori moventi obſtare, poteſt ipſius motum ſiſtere, vel ſaltem diminuere; poteſt etiam corpus alteri quieſcenti, vel minori cum vi ad eandem vel contrarias partes moventi, motum ſuum communicare, atque illud ſecum abripere.

E con-

E contra, ſpatium concipimus, tanquam illud in quo corpus omne locatur, ſeu ſuum habet *Ubi*; quod omnino penetrabile ſit, omnia in ſe recipiens corpora, nec ullius rei refugiens ingreſſum; quod immobiliter fixum eſt, nullius actionis, formæ, ſeu qualitatis capax; cujus partes à ſe invicem ſeparari nulla vi poſſunt, ſed ſpatium ipſum immobile manens, mobilium ſucceſſiones excipit, motuum velocitatem determinat, & rerum diſtantias metitur: hæc ſpatii & corporis tam diſſona & repugnantia attributa eidem ſubjecto competere impoſſibile eſt.

Reſpondebunt forte Carteſiani, ideam illam, qualem nos dedimus ſpatii à corpore diſtincti, imaginariam prorſus eſſe & chimæricam, cui ſcil. aliquid ſimile, in rerum natura, nullâ potentiâ exiſtere poteſt. Verum contra Carteſianos in promptu eſt demonſtrare, revera dari ſpatium à corpore diſtinctum, vel ſpatium & corpus non eſſe prorſus idem: ſed primo advertendum eſt nos, realem ſpatii corporis vacui exiſtentiam, in hoc loco non eſſe evicturos; illud in alia lectione præſtandum erit, ſufficiet in præſentia illius poſſibilitatem adſtruere.

Ponamus ergo vas quodcunque, & aëre primo repleatur, deinde exhauriatur intra vas contentus aër, vel per divinam potentiam annihiletur, & omne aliud corpus in illius locum ingredi prohibeatur. quæro jam an in tali reruum conditione, ſpatium futurum ſit à corporibus vacuum? corpus omne quod in vaſe continebatur, deſtructum eſt, omnis alterius corporis ingreſſus prohibetur, & vas ſuam figuram conſervare ſupponitur, certe neceſſarium eſſe videtur, ut Vacuum ſeu ſpatium corpore non repletum detur: reſpondent Carteſiani hiſce ſuppoſitis, vaſis latera corruitura, & ad ſe invicem neceſſario acceſſura. At cum ſecundum ipſos Carteſianos nullum corpus poteſt ſe ipſum movere, cumque ex hypotheſi, nullum aliud eſt corpus quod vaſis latera ad ſe invicem pellat, nullus etiam ſequetur

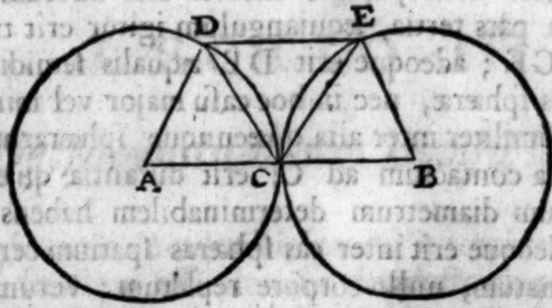
eorum

eorum ad ſe invicem acceſſus. dicent forſan aërem undequaque diffuſum & vaſis latera circumcirca prementem, iſtius motus cauſam fore. Verum cum preſſio aëris ſit vis finita, talis poteſt eſſe vaſis firmitas, quæ iſti preſſioni æquipollere poſſit, adeoque vas ſuam conſervabit figuram. ſed demus illis vaſis latera corruitura, quæro quodnam corpus in illorum locum ſucceſſurum erit? (reſpondebunt) aër; quodnam corpus locum ab eo aëre derelictum poſſidebit? alius (fortaſſe dicent) aër ſucceſſurus erit; at tandem ſubſiſtere oportet, & ad corpus aliquod pervenire neceſſe eſt, in cujus locum nullum aliud corpus ingreditur; abſurdum enim eſt dari progreſſum in infinitum: Vacuum igitur in illo caſu neceſſario dabitur.

Sed & alia invicta demonſtratione ex Geometria petita, ſpatii corporis vacui poſſibilem ſaltem exiſtentiam oſtendemus: ad quod præſtandum præmittimus duo ſequentia effata tanquam axiomata à nemine philoſophorum in dubium vocanda. Primum eſt, quod corpus nullum, aut nulla materiæ pars, alterius corporis exiſtentia indigeat, ad ſuam exiſtentiam. *v.g.* Poteſt ſphæra exiſtere ſive aliud quodcunque corpus exiſtat aut non exiſtat; hoc ex natura ſubſtantiæ clare ſequitur. *2do.* Poteſt corpus aliquod, ſaltem ſi durum ſit, ſuam conſervare figuram ſi nulla ſint corpora externa, vel nulla agentia quæ ei mutationem inferre conantur. Certe agnoſcendum eſt, Deum poſſe corpus quodlibet in eodem ſtatu atque ſitu conſervare, & quæcunque extrinſecus accidant, poteſt nihilominus figura corporis immutata manere.

Cum igitur ſphæra una vel etiam plures poſſunt exiſtere, nullis aliis exiſtentibus corporibus; ponamus omnia alia corpora à Deo annihilari, præter duas ſphæras; vel potius fingamus omnem materiam mundanam in duas ſphæras coacervari, quæ exponantur per duos circulos, quorum centra ſint A & B, cumque ſupponitur nullum aliud exiſtere corpus, poſſunt corpora illa

ſphærica



ſphærica ſuam conſervare figuram, cum nullum ponitur agens externum quod figuram ſphæricam deſtruat vel mutet, duæ igitur illæ ſphæræ, vel contiguæ ſunt vel disjunctæ: disjunctæ ſi ſint, erit ſpatium aliquod intermedium, nullo corpore repletum; adeoque omne ſpatium non erit corpus. Si vero ſphæræ ſeſe mutuo tangant; illas ſphæras in unico puncto ſeſe tangere neceſſe eſt, per demonſtrata in Elementis; inter alia igitur ſphærarum puncta eſt aliqua diſtantia, hoc eſt ſpatium aliquod interjacebit. Sumantur enim duo quæcunque extra contactum puncta puta D & F, ſi inter illa nullum interveniat ſpatium, hoc eſt nulla diſtantia; ſphæræ illæ in eiſdem punctis ſeſe contingent, quod eſt impoſſibile.

Vel ulterius ſic oſtenſive demonſtrari poteſt ſpatium ab omni corpore vacuum. Ponamus duas ſphæras, in quibus omnis materia mundana cumulari ſupponitur, eſſe æquales; in utraque accommodentur rectæ CD CE ſemidiametro utriuſvis ſphæræ æquales, jungatur DE; erit hæc recta ſemediametro ſphæræ æqualis. ducantur enim AD BE, & quia in triangulis æquilateris ACD BCE anguli ACD BCE ſunt utervis duorum rectorum pars tertia, erit angulus DCE duorum rectorum etiam pars tertia, omnes enim anguli ad punctum C conſtituunt duos rectos; unde cum DC CE æquales ſunt, erunt anguli CDE & CED etiam æquales, at ſimul ſumpti conficiunt duorum rectorum

duas

duas partes tertias, quare utervis erit duorum recto-rum una pars tertia, æquiangulum igitur erit triangulum DCE; adeoque erit DE æqualis semidiametro utriusvis sphæræ, nec in hoc casu major vel minor esse potest. similiter inter alia quæcunque sphærarum puncta, extra contactum ad C, erit distantia quædam ad sphærarum diametrum determinabilem habens rationem, adeoque erit inter eas sphæras spatium certum & determinatum, nullo corpore repletum; verum in eo spatio potest admitti corpus cujus dimensiones dictis congruunt distantiis, quod vero majores habet dimensiones nullâ potentiâ potest in prædicto spatio locari; unde cum proprietates tales prædicto spatio demonstrative congruant, & nemine cogitante potest tale spatium revera existere, clare sequitur contra Cartesianos, ideam quam de spatio habemus non esse Chimæricam aut imaginariam; quod enim Chimæricum est, nullam habere potest extra intellectum existentiam.

Statuendum igitur est revera esse spatium ab omni corpore distinctum; quod sit quasi vas universale intra quod omnia corpora continentur & moventur. At qualis sit hujus spatii natura, num sit quid positivum, actu per se extensum, & reali dimensione præditum, sive ejus extensio oritur ex relatione corporum in eo existentium, adeo ut sit mera capacitas, *ponibilitas*, seu *interponibilitas*, ut nonnullis loqui placet, & in eadem entium classe ponendum, qua mobilitas & contiguitas: sive spatium nostrum sit ipsa divina immensitas, quæ est per omnia & in omnibus, sive sit creatum aut increatum, finitum vel infinitum, à Deo dependens, vel independens, hic non disquiremus; hæc omnia metaphysicis disputanda relinquimus. nostro negotio sufficiet quasdam illius proprietates exposuisse, & ejus distinctionem seu naturam à corporis natura diversam adstruxisse & demonstrasse; qui plura velit, philosophos consulat.

LECTIO

LECTIO III.

De Magnitudinum Divisibilitate.

QUamvis, Academici, ſpatium à corpore realiter diſtinctum eſſe plurimis demonſtrari poteſt argumentis, & hactenus quædam attulimus quæ inſolubilia eſſe videntur; in eo tamen conveniunt ambo, quod extenſio univerſale ſit attributum ad utrumque neceſſario & eſſentialiter pertinens. Priuſquam igitur ulterius progrediamur, non à re alienum erit, generalem quandam extenſionis affectionem, illius nempe diviſibilitatem exponere.

Hæc extenſionis proprietas omni magnitudinis ſpeciei, tam lineis quam ſuperficiebus, tam ſpatio quam corpori competit, & neceſſario ineſt. Per diviſibilitatem autem non hic loci intelligimus actualem partium à ſe invicem ſeparationem, quæ motum ſupponit, qualem quidem ſpatii natura non admittit, nec talem ſeparationem demonſtrationes ex Geometria accerſitæ probant; verum noſtra, quam hic evincere conabimur, diviſibilitas, eſt ſolum magnitudinis cujuſvis in ſuas partes reſolutio, ſeu earum diſtinctio, & aſſignabilitas. *v. g.* Cum docet Euclides, in propoſitione nona Elementi primi, angulum quemvis rectilineum bifariam ſecare, non in ea methodum oſtendit, quam una anguli pars media ab altera divulſa recedat, & ad datam ab eâ diſtantiam ponatur; ſed methodum tantum tradit qua linea ducatur ita angulum in duos alios angulos dividens, ut qui ab una iſtius lineæ parte jacet angulus, æqualis ſit ei qui ad alteram partem exiſtit: ſic etiam cum, in propoſitione ſequenti, docet rectam quamvis biſecare, docet tantum aſſignare punctum medium datam rectam in duas partes æquales dirimens, quod ſit

utriusque partis communis terminus, ubi scilicet desinit una partium æqualium, & incipit altera. Hæc magnitudinis in partes resolutio ita ei intima & essentialis est, ut illud quod partes non habet, scil. punctum, non magnitudo sed magnitudinis initium dicitur vel finis, nec magnitudo quævis ex punctis potest conflari licet numero infinitis; omnis vero magnitudo non ex punctis, sed partibus, aliis nempe ejusdem generis magnitudinibus componitur, quarum unaquæque ex aliis etiam conflatur partibus, & rursus quælibet harum partium alias adhuc in se continet partes, & sic in infinitum; nec unquam ad magnitudinem tam parvam pervenire possumus, quin adhuc in plures dividi possit partes, nullumque datur in quacunque magnitudinis specie absolutè minimum, sed quicquid dividitur, dividitur in partes adhuc etiam divisibiles. Hæc semper ulterior materiæ in partes resolutio, illius *Divisibilitas in infinitum* à philosophis nuncupatur; & recte sane; cum nulla assignari potest quantitas materiæ adeo minuta, & numerus finitus adeo magnus, quin numerus partium eam quantitatem componentium, in quas scil. resolvi potest illa quantitas, major erit numero illo utcunque magno; nam *illud infinitum vocamus quod omni finito majus est.*

Quoniam autem Infinita hæc materiæ divisibilitas rationibus ex Geometria petitis demonstranda sit, & cum hodie exstent quidam Philosophi, qui Geometriam ex Physica exulare cupiunt, eo quid ipsi Divinæ illius Scientiæ imperiti sint; & dum inter doctissimos haberi satagunt, nullum non movent lapidem, quo harum demonstrationum vim irrito utcunque convellant conatu; necesse erit, priusquam argumenta nostra Geometrica proferamus, eorum vim stabilire, & objectionibus quibusdam respondere.

Cum itaque, inter hujus generis Philosophos, emineat Vir Clar. *Joannes Baptista Du Hamel* philosophiæ *Burgundicæ* scriptor, libet illius sententiam super hac

re

re proferre. Dicit igitur Hypotheses Geometricas nec veras esse nec possibiles, cum scil. nec puncta, nec lineæ, nec superficies, prout à Geometris concipiuntur, vere in rerum natura existant; adeoque demonstrationes, quæ ex his afferuntur, ad res actu existentes applicari non posse, cum scil. nihil eorum vere existit nisi in ideis nostris: jubet igitur Geometras sibi suas servare demonstrationes, nec eas ad physicam transferre, quæ non lucem, sed majores huic scientiæ offundant tenebras. Miror ego hujus viri alias doctissimi in hacce re imperitiam; potuit sane eodem jure suppositiones etiam quascunque physicas sustulisse, cum hypotheses Geometricæ æquè certæ & æquè possibiles sunt & reales, ac illæ sunt, quas physicas dicit: imo si existat corpus, necessario etiam existent vera puncta, veræ lineæ, & veræ superficies, prout à Geometris concipiuntur; quod facile ostendemus. Nam si detur corpus, illud cum infinitum non sit, suos habebit terminos, corporis vero termini sunt superficies, & termini illi nullam habent profunditatem; si enim haberent, eo ipso quod profuuditatem haberent, corpora essent, haberentque illa corpora alios rursus terminos, qui superficies essent, adeoque esset superficiei superficies. Vel igitur superficies illa omni destituta est profunditate, vel etiam profunditatem habebit: si prius, habemus quod petimus; sin posterius, ad aliam rursus pervenimus superficiem; atque sic progrederemur in infinitum, quod est absurdum: quare dicendum est terminos illos omni profunditate privari, ac proinde veræ erunt superficies, & prout à Geometris concipiuntur absque profunditate, seu quæ longitudinem & latitudinem tantum habent ad suam essentiam constituendam.

Rursus, cum superficies illa infinita non est, suis etiam claudetur terminis; termini vero illi lineæ dicuntur, quæ revera nullam habent latitudinem, aliàs enim superficies essent, & suos etiam haberent terminos, quos saltem concipere oportet omni latitu-

dine destitutos; non enim (ut prius dictum est) dari potest progressus in infinitum, unde sequitur dari lineas, quæ sunt tantum longæ absque omni latitudine. eodem prorsus modo, & lineis sui etiam competunt termini qui puncta vocantur, quibus nec longitudo, nec latitudo, nec profunditas convenit. Quare si corpus existere supponatur, necessario tam superficies, quam lineæ & puncta Geometrica non tantum ut possibilia, sed etiam ut verè existentia ponentur.

Sed respondebunt puncta illa, lineas & superficies non esse materialia. Quid inde? quis unquam dixit punctum Mathematicum materiam esse? quis superficiem materialem agnoscit? si materialis esset, suam haberet etiam superficiem sive terminum: superficiei autem superficiem quis unquam imaginatus est? verum etiamsi nec superficies, nec lineæ, nec puncta sunt ipsa materia, in ea tamen existunt vel existere possunt, tanquam illius modi, termini seu accidentia; eodem prorsus modo, quo figura non est ipsum corpus, sed ejus tantum affectio, qua corpus sub datis terminis comprehenditur, habetque hæc proprietates reales à corporis proprietatibus omnino distinctas.

Sed rursus objiciunt nostri ἀγεωμέτρητοι Philosophi, nullam esse in rerum natura superficiem perfecte planam, nullum corpus perfecte sphæricum quale sibi fingunt Geometræ, nec curvam ullam perfecte circularem. At quo pacto hoc illis innotuit, an omnia viderunt quotquot sunt in mundo corpora? & per microscopia ea contemplati sunt? dicent fortasse, corporum superficies planas vel sphæricas esse non posse, quia in harum figurarum naturis est contradictio quædam & impossibilitas. At, ut contradictionem ostendant velim; corpus omne aliqua saltem figura terminari necesse est, superficies planæ vel sphæricæ sunt omnium conceptu facillimæ & simplicissimæ, qualis igitur est in illis repugnantia, ut impossibile sit corpus sub istiusmodi superficiebus comprehendi? credo neminem esse,

qui Geometriam vel primis labiis tetigerit, quin harum figurarum naturam & proprietates magis perſpectas habeat, & plures earum affectiones nôrit, quam omnes iſtiuſmodi Philoſophi intelligunt, vel fortaſſe unquam ſunt intellecturi: at horum nemo talem deprehendit in hiſce figuris repugnantiam; nullus Geometra iſtiuſmodi contradictiones in figurarum naturis unquam ſuſpicatus eſt; è contra, harum poſſibilitatem evincunt tot pulchræ earum proprietates à Geometris detectæ atque demonſtratæ, nam rei impoſſibilis nulla eſt vera proprietas, nulla demonſtratio. Reſtat igitur, ut has figuras tanquam poſſibiles agnoſcant; & ſi poſſibiles ſunt, poteſt Deus corpora iſtiuſmodi ſuperficies habentia è materiâ formare; ponamus igitur duo corpora, quorum unum planis, alterum ſphæricâ terminatur ſuperficie, ſi igitur corpus ſphæricum ſuper plano conſtituatur, illud vere continget: at continget in unico tantum & indiviſibili puncto, ſeu in puncto quod partes non habet, per Cor. prop. 2. El. 3tii. & proinde erit in illo caſu verum punctum. Sed ulterius, ponamus corpus ſphæricum ſuper plana ſuperficie moveri, ſeu progredi abſque omni circa axem aliquem rotatione, ita ſcil. ut punctum ſphæræ planum contingens ſemper in eodem plano inveniatur, eritque via, quam punctum illud motu ſuo deſcribit, linea vere mathematica abſque omni latitudine, & ſi quidem ſit via breviſſima inter duo quælibet puncta in illo plano, orietur ex motu illo linea recta, ſin alias, curva vel ex pluribus rectis compoſita, vel partim ex his partim ex illis conflata. Puncta igitur, lineæ, & ſuperficies, prout à Geometris concipiuntur vel finguntur, ſunt poſſibilia, quod oſtendi oportebat. Aliis etiam innumeris modis poteſt eorum poſſibilitas demonſtrari, verum piget hiſce ineptiis diutius immorari. Hoc tantum libet admonere, quod inter duo quælibet duorum corporum puncta, erit diſtantia data & determinata; *v.g.* inter ſolis & ſtellæ fixæ centra, eſt determinata

 diſtantia,

distantia, quæ per rectam lineam mensuratur duo illa puncta interjacentem; quæ erit omnium linearum quæ à puncto uno ad alterum duci possunt, brevissima, & minimo tempore data velocitate peragranda; hæc inquam distantia eadem manet, qualiscunque futura sit corporis intermedii figura, sive planis claudatur, sive sphæricis contineatur superficiebus, sive demum absit omne corpus medium & nihil intersit præter spatium; eadem manebit linea magnitudine & positione, quamdiu corporum centra immota manent.

Stabilitis jam principiis, ad propositum redeo, ut scil. demonstretur extensionem omnem, tam corpoream, quam incorpoream, in infinitum esse divisibilem, seu partes habere numero infinitas; quod pluribus invictis rationibus probare conabimur. Prima sit hæc; Exponatnr linea quævis A B; dico illam divisibilem esse in partes numero omni finito numero dato majores.

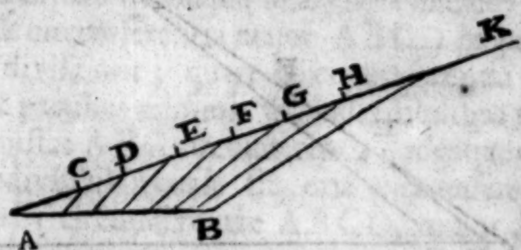
Ducatur per A recta quævis A C, & huic per punctum

B parallela ducatur B D, & in A C capiatur punctum quodvis C; Si igitur recta A B non est divisibilis in infinitum partium numerum, divisibilis tantum erit in numerum partium finitum; sit ille numerus qualiscunque *v.g.* senarius: in linea B D ad partes puncto C oppositas capiantur quotcunque puncta plura quam sex *v. g.* puncta E,F,G,H,I,K,L, & ducantur per postulatum primum *Euclidis* CE, CF, CG, CH, CI, CK, CL: hæ ductæ divident rectam A B in tot partes quot sunt rectæ; si enim non divident, ergo plures rectæ in uno aliquo

puncto

puncto rectam A B interſecabunt; ſed omnes ſe interſecant in communi puncto C, quare duæ aliquæ rectæ ſeſe bis ſecabunt, & proinde vel ſpatium comprehendent, vel habebunt idem ſegmentum commune: quorum utrumque eſt contra axiomata in Elementis poſita. Dividitur igitur A B in tot partes diverſas, quot ſunt rectæ, ſed tot ſunt rectæ, quot puncta in recta B D ſumpta fuerint: quare cum ſumpta fuerint plura puncta quam ſex, erit linea A B in plures partes quam ſex diviſibilis. Eodem modo, quantumvis magnus ponatur numerus, oſtendi poteſt lineam A B eſſe diviſibilem in partes numero majores illo numero, majorem ſcil. aſſumendo in recta B D punctorum numerum (quod facile fieri poteſt, cum nullus ſit numerus finitus ita magnus, quin major ſumi poſſit, ideoque in data quavis ratione majoris inæqualitatis) atque ducendo rectas à puncto C ad puncta in recta B D aſſumpta; hæ quippe rectæ rectam A B divident in tot partes, quot ſunt rectæ, adeoque in plures partes, quam numerus primo poſitus (utcunque magnus ſit) conſtat unitatibus; erit itaque recta A B diviſibilis in plures partes quam per ullum numerum finitum exprimi poteſt, adeoque erit diviſibilis in infinitum: Q. E. D.

Argumentum ſecundum. Exponatur recta quæcunque A B, dico illam diviſibilem eſſe in infinitas numero

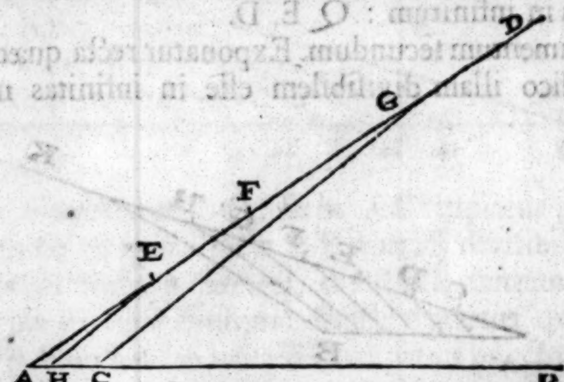


partes; ſi enim non eſt diviſibilis in partes numero infinitas, diviſibilis erit in partes numero finitas; ſit ille numerus quivis *v.g.* quinarius; ducatur recta quævis A K angulum utcunque cum A B continens, in eaque, quan-

tum

tum opus est producta, capiantur quot volueris puncta plura quam quinque, sint *v.g.* C,D,E,F,G,H,K; jungatur KB, perque puncta C,D,E,F,G,H ducantur rectæ ipsi KB parallelæ, divident hæ necessario rectam AB in tot partes quot sunt rectæ: si enim non dividant, ergo plures rectæ in uno puncto concurrent; at non concurrent, cum parallelæ ponantur, quare unaquæque recta in diverso puncto rectam AB intersecabit, & omnes in tot partes rectam AB divident, quot sunt rectæ parallelæ ductæ. At ductæ sunt plures quam quinque, ergo divisa erit recta AB in plures partes quam quinque. Idem de alio quovis numero dicendum erit. Quare nullus est numerus tam magnus, quin numerus partium in quas recta AB est divisibilis, erit illo numero major, adeoque recta AB est divisibilis in infinitum.

3^{tio}. Si quantitas non est divisibilis in infinitum, divisibilis erit in partes ulterius non divisibiles, at nulla est pars quæ ulterius dividi non potest: quia nulla datur quantitas tam parva, quin adhuc minor accipi possit, idque in data ratione minoris inæqualitatis. Sit enim recta AB, & ejus pars quantumvis parva sit AC, dico ipsâ AC minorem lineam accipi posse, in ratione

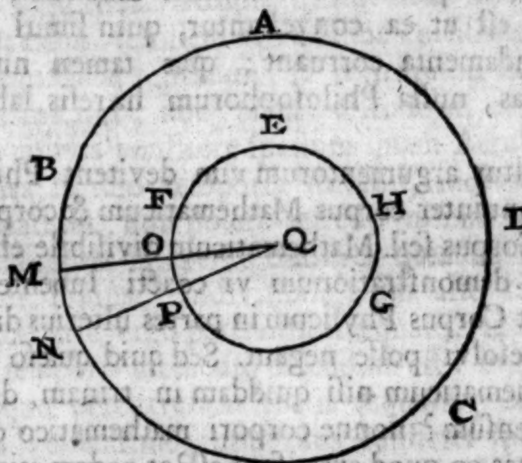


quacunque minoris inæqualitatis, *v.g.* ut unum ad tria. ducatur à puncto A recta quævis AD, inque ea accipiantur rectæ AE, EF, FG æquales; jungatur GC &

per

per E agatur E H ipſi G C parallelæ, erit recta A H ipſius A C pars tertia: demonſtratio conſtat ex *nona propoſitione Elementi ſexti.* adeoque recta A C non erit minima quæ accipi poteſt. Idem de alia quavis recta demonſtrari poteſt, ac proinde nulla eſt in natura quantitas minima.

Præterea, ſi quantitas ex indiviſibilibus componeretur, multa exinde ſequerentur abſurda; ſint enim *v. g.* duo circuli ABCD, EFGH concentrici, dividaturque circumferentia major in partes ſuas indiviſibiles, & ducantur à centro Q ad ſingulas haſce partes rectæ, QOM, QPN



quæ circumferentiam utramque in æquales numero partes divident, & circumferentia major A B C D in partes ſuas minimas diviſa erit; quare & circumferentia minor E F G tot partibus minimis ſeu indiviſibilibus conſtabit, quot conſtat A B C circumferentia: adeoque cum indiviſibile indiviſibili æquale ſit, erit circumferentia E F G H æqualis circumferentiæ A B C D, minor majori, quod fieri non poteſt.

Ultimo, ex hac quantitatis ex indiviſibilibus compoſitione ſequitur nullas dari magnitudines incommenſurabiles, contra quod à Geometris paſſim demonſtratur. Nam ſi magnitudo omnis ex indiviſibilibus conſtaret,

ſtaret, indiviſibile illud eſſet omnium magnitudinum ejuſdem generis adæquata & communis menſura, in omnibus enim aliquoties exacte continebitur, adeoque omnes magnitudines communem menſuram habebunt, & latus quadrati illius diagonio eſſet commenſurabile; contra *ultimam propoſitionem Elementi decimi.*

Innumeræ aliæ poſſunt adduci demonſtrationes, quibus continui infinita diviſibilitas oſtendatur, & indiviſibilium hypotheſis funditus evertatur. Sed quid opus eſt pluribus? cum hactenus allata argumenta non minorem habeant vim ad aſſenſum cogendum, quam demonſtratio quævis in Elementis Euclidis; imo impoſſibile eſt ut ea convellantur, quin ſimul Geometriæ fundamenta corruant; quæ tamen nulla unquam ætas, nulla Philoſophorum hæreſis labefactare poterit.

Ut igitur argumentorum vim devitent Philoſophi, diſtinguunt inter corpus Mathematicum & corpus Phyſicum; Corpus ſcil. Mathematicum diviſibile eſſe in infinitum, demonſtrationum vi coacti lubenter agnoſcunt; at Corpus Phyſicum in partes ulterius diviſibiles ſemper reſolvi poſſe negant. Sed quid quæſo eſt corpus mathematicum niſi quiddam in trinam dimenſionem extenſum? nonne corpori mathematico competit diviſibilitas eo quod extenſum eſt? at eodem etiam modo extenditur corpus phyſicum; quare cum diviſibilitas ab ipſius extenſionis natura & eſſentia dependeat, & inde ortum ſuum trahat, illam omnibus extenſis tam Phyſicis quam Mathematicis convenire neceſſe erit. ut enim Logicorum phraſi utar, quicquid prædicatur de genere, prædicatur de omnibus ſpeciebus ſub eo genere contentis.

Eſt & alia apud Philoſophos haud abſimilis diſtinctio, qua corpus quodvis mathematice diviſibile eſſe in infinitum concedunt, diviſibile autem eſſe phyſice negant. Si ullus ſit horum verborum ſenſus, hic erit: corpus eſſe Mathematice, hoc eſt, realiter & demonſtrative diviſibile

viſibile in infinitum concedunt, Phyſice autem ſeu ſecundum falſam ſuam hypotheſin negant; atque ſic habebunt diſtinctionem, contra quam nihil urgeri poteſt.

Quoniam Philoſophi, contra quos diſputamus, demonſtrationibus Geometricis non ſatis aſſueti ſunt, & proinde earum evidentiam non facile perſpiciant, priuſquam huic lectioni finem imponemus, libet unum argumentum Phyſicum ex motu petitum, pro infinita continui diviſibilitate proferre; ſcil. ſi continuum ex indiviſibilibus conſtaret, ſequeretur omnes motus æquiveloces fore, nec minus in eodem tempore conficiet ſpatium ſegniſſima teſtudo, quam πόδας ὠκὺς Achilles. Ponamus enim Achillem velociſſime curſurum & teſtudinem ſegniſſime repturam; ſi continuum ex indiviſibilibus conſtaret, non poteſt teſtudo in aliquo dato tempore minus conficere ſpatium quam Achilles; nam ſi Achilles in uno temporis inſtanti, indiviſibile pertranſit ſpatium, non poteſt teſtudo minus ſpatium in eodem temporis momento tranſire, quia ex hypotheſi non datur minus. Indiviſibile enim alio indiviſibili minus non erit, ergo pertranſibit æquale. idem de alio quovis temporis momento dicendum eſt: ergo ſemper ab utroque percurrentur ſpatia æqualia; & proinde Achilles velociſſimus non plus conficiet ſpatii quam teſtudo lentiſſima; quod eſt abſurdum. Alia ejuſdem generis abſurda ex eadem indiviſibilium hypotheſi deduci poſſunt; verum quæ dicta ſunt ſufficiant.

LECTIO. IV.

In qua respondetur objectionibus contra materiæ divisibilitatem afferri solitis.

HActenus, Academici, argumenta exposuimus, quibus continuam materiæ in infinitas numero partes divisionem clare satis demonstravimus; restat ut objectionibus seu Philosophorum argutiis respondeamus. Sunt enim philosophi haud pauci, qui nescio qua idearum obscuritate laborantes, & demonstrationum, quas attulimus, evidentiam non satis perspicientes, contra rem tam manifeste veram argumenta sua proferre non audeant tantum, verum & confidant specioso demonstrationum titulo ea insignire. At ego, qui plures illorum evolvi libros, nunquam incidi in quicquam ab iis de hacce re scriptum, quod rationis quidem speciem haberet; adeo equidem sunt demonstrationibus destituti, ut ne minimam demonstrationis umbram in iis quisquam Geometra, etsi Lynceis donatus fuerit oculis, perspicere queat. Fateor tamen esse aliquid in natura infiniti, quod humano intellectui haud adæquate comprehensibile esse videtur; adeoque non mirum erit, si ex ea quædam sequuntur, quæ hominum mentes densa caligine involutæ concipere non possunt: & speciatim in hac, quam nunc prosequimur, quæstione multa sunt, quæ quibusdam Philosophis hisce rebus minus assuetis paradoxa & incredibilia videntur: nihil tamen exinde sequitur quod vel contradictionem implicat, vel cuivis axiomati aut demonstrationi repugnat. Sed videamus, quas afferunt Philosophi Atomistæ, argutias. Prima est ea Epicuri; si continuum divisibile

divisibile esset in infinitum, contineret infinitas numero partes, adeoque finitum contineret infinitum, quod est absurdum. At rogo ut terminos suos explicent, & dicant quid per has voces intelligunt, *infinitum non posse contineri in finito*; si dicant infinitam magnitudinem non posse in magnitudine finita contineri, hoc lubenter concedam; at hujus contrarium non sequitur ex ea, quam proposuimus, doctrina; nec unquam illud necessariâ consequentiâ exinde deducere possunt. Si dicant partes numero infinitas, & infinite exiguas, non posse finita magnitudine contineri, hoc illud ipsum est quod iis probandum incumbit. Non, ut opinor, dicent ipsis absque ratione credendum esse; nec illud tanquam propositionem per se claram inter axiomata reponent, cujus contrarium tot validis rationibus demonstrari potest. Urgeant itaque partes numero infinitas infinitam magnitudinem componere; sed hoc rursus est Principium petere; illud enim ipsum est de quo disputamus, utrum scil. finita magnitudo potest habere partes numero infinitas? Certum enim est, quotcunque partes habeat, sive finitas, sive infinitas, eas suo toti æquari; sicut enim decem partes decimæ unitatis efficiunt unitatem, centum centesimæ unitatis partes simul sumptæ etiam unitatem component, & mille partium millesimarum in unum collectarum summa toto non major erit, ita etiam partes infinitæ infinetesimæ alicujus magnitudinis ipsam magnitudinem adæquant. Vel sic; sit linea A B divisa in partes

A B

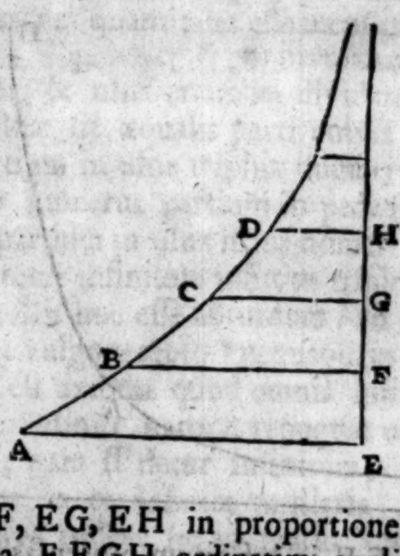
C— C : A B : : 1 : N

centum; erunt omnes hæ simul sumptæ ipsi A B æquales: & eodem modo, si recta A B dividi intelligatur in mille partes, harum partium mille simul sumptæ magnitudinem nec majorem nec minorem ipsa A B component. Vel etiam, si divideretur recta A B in milliones,

nes, partes hæ rurſus ſimul ſumptæ toti A B erunt æquales; & Univerſaliter, ſi ſint duæ magnitudines A B & C, habeatque C eandem rationem ad A B quam habet unitas ad numerum quemvis N, erit quantitas C per numerum N multiplicata ipſi A B æqualis. Cum enim quantitates C. A B. unitas & numerus N ſint proportionales, erunt extremæ in ſe invicem ductæ mediis in ſe invicem ductis æquales; at cum A B per unitatem multiplicata ipſi A B eſt æqualis (unitas enim nec multiplicatione auget, nec diviſione minuit) erit quantitas C per N numerum multiplicata ipſi A B æqualis: quantumvis igitur magnus ſive parvus ſit numerus N, hic multiplicans quantitatem C faciet ſemper productum ipſi A B æqualem, modo C talis ſit quantitas ut ab A B eandem habeat proportionem quam habet unitas ad dictum numerum N. Adeoque ſi N ſit numerus infinitus, & C pars rectæ A B infiniteſima, hoc eſt, eandem habeat quantitas C rationem ad A B quam habet unitas ad numerum infinitum N, eſt etiam quantitas C per numerum infinitum N multiplicata, hoc eſt, infinities ſumpta quantitati A B æqualis, nec eâ major, ſicut nec minor eſſe poteſt. Si igitur partium magnitudo eadem ratione diminuatur, qua earum numerus augetur, totum ex hiſce omnibus partibus conflatum idem manebit; nec æſtimanda eſt quantitas aliqua ex partium numero, ſed ex earum numero & magnitudine conjunctim; adeoque ſi partes infinite parvæ ſint, neceſſe erit ut earum multitudo ſit infinite magna, priuſquam quantitatem quamvis dabilem exſuperare poſſunt. Sed præterea, plura poſſumus proferre exempla tam ex Arithmetica, quam ex Geometria, ubi, ipſis fatentibus adverſariis, partium numerus erit infinitus, at ipſa magnitudo ex partibus iſtis infinitis compoſita finita erit. Sit primum exemplum ſeries infinita numerorum in ratione quavis decreſcentium: quæ finito adæquatur numero *v. g.* $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{32}\ \frac{1}{64}$ &c. hujus ſeriei in infinitum continuatæ ſumma erit unitati

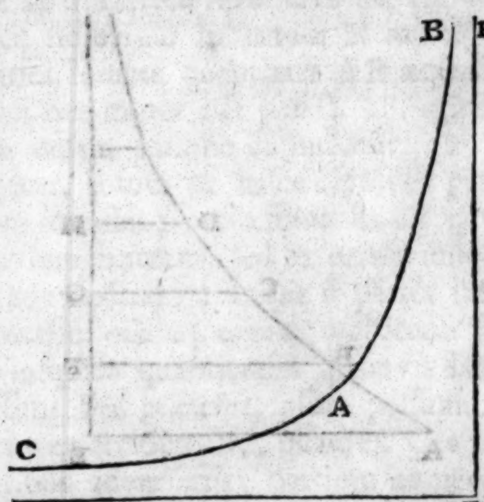
æqualis;

æqualis; at cum in infinitum extenditur ſeries, erunt ejus termini numero infiniti; quare in hoc caſu partes quantitates numero infinitæ finitam efficiunt quantitatem; ſimiliter & hujus ſeriei ſumma $\frac{1}{3}\,\frac{1}{9}\,\frac{1}{27}\,\frac{1}{81}$ &c. cum in infinitum continuatur æqualis erit parti uni ſecundæ ſeu unitatis dimidio, ut in Arithmetica demonſtratur; at nemo negabit ſeriem hanc in infinitum continuatam infinitas partes habere; quare poſſunt dari partes quantitatis numero infinitæ, quæ tamen unitatis partem dimidiam non exſuperant. Similiter in Geometria, notum eſt ſpatium poſſe dari infinite longum, quod tamen ſpatio finito perfecte adæquatur, hoc enim infinitis fere exemplis demonſtraverunt Clariſſimi Geometræ *Torricellius*, *Walliſius*, *Barovius* & alii, ex quibus libet exempla quædam proferre. Et primo ſit Curva ABCD talis naturæ ut ſi ſumptæ fuerint in Aſymptoto EH rectæ EF, FG, GH æquales, ſeu poſi-



tis rectis EF, EG, EH in proportione Arithmetica, & ad puncta EFGH ordinatim applicentur rectæ AE, BF, CG, DH; ſint ordinatæ hæ in proportione Geometricâ: Curva ABCD dicitur Curva Logarithmica, & ſpatium interminabile inter Aſymptoton & Curvam

Curvam infinite productas contentum, æquale erit ſpatio finito, ut à Clariſſimo *Barovio* in Lectionibus Geometricis demonſtratur ; ex qua poteſt colligi ſupra nominata proprietas numerorum in proportione quavis Geometrica decreſcentium. Sed ut hoc ad propoſitum noſtrum applicemus ; nemo non agnoſcet in ſpatio interminabili HGFE ABCD, quod infinite longum eſt, eſſe partes numero infinitas ; at omnes illas ſpatii partes eſſe ſpatio finito æquales demonſtrant Geometræ ; quare ſunt aliquæ partes ſpatii numero infinitæ quæ non ſpatium infinitum ſed finitum conficere poſſunt. Eodem modo, in Hyperbolis omnibus, Apollonianâ exceptâ, erit area inter Curvam & Aſymptoton infinite protenſas perfecte quadrabilis, & areæ finitæ æqualis ; ſed in areis hiſce omnibus ſunt partes numero infinitæ, quare erunt partes numero infinitæ æquales quantitati finitæ. Præterea, in Hyperbola Apolloniana CAB, etſi area interminabilis inter Curvam AB &



Aſymptoton EF in infinitum protenſas contenta, ſit area infinita ſeu qualibet finitâ major ; ſi tamen area illa infinita circa Aſymptoton ſuam revolvatur, generabitur ſolidum ſeu corpus vere infinite longum, quod tamen æquale

æquale erit ſolido ſeu corpori finito; ut elegantiſſime à *Torricellio* demonſtratum eſt, qui ſolidum hoc Hyperbolicum acutum nominavit; at in hoc ſolido ſunt partes numero infinitæ, cum ſcil. infinitè longum eſt; ergo partes corporis numero infinitæ finitum component corpus. Alia innumera proferre poſſumus hujus rei exempla, ſed diutius fortaſſe, quam par eſt, huic objectioni refellendæ immorati ſumus.

2do. Objiciunt Atomiſtæ; ſi quantitas omnis eſt diviſibilis in infinitum, magnitudo quævis minima æquabitur maximæ, cum ſcil. tot partes habet minima quot maxima. Qualis, quæſo, eſt hæc conſequentia? an quia ulna Anglicana dividi poteſt in centum partes, & pes Anglicanus etiam dividi poteſt in centum partes, ideo ſequitur pedem ulnæ æquari? at ovum ovo non ſimilius invenietur, quam eſt hæc argumentatio illorum objectioni; quæ falſiſſima innititur hypotheſi, qua magnitudines volunt ſolum per partium numerum, non item per earum quantitates eſſe menſurandas.

Ulterius objiciunt; ſi pes dividatur in infinitas partes æquales, & ulna etiam ita dividatur, ut pars unaquæque ulnæ ſit æqualis parti cuivis pedis, erit numerus partium in ulna triplus numeri partium in pede; unde cum numerus partium in pede ſit infinitus, erit numerus partium in ulna iſtius numeri infiniti triplus, & inde daretur infinitum infinito triplo majus. At unde notum eſt illis hoc eſſe abſurdum? an contradicit axiomati alicui vulgo recepto? nequaquam mehercule; nullum enim eſt axioma quod omnia infinita æqualia ponit. Nec infiniti naturæ repugnat ut ab alio infinito ſuperetur; nam ſi detur infinitum, infinita *v.g.* linea, erunt in ea infinita milliaria, plura ſtadia & multo plures pedes; ſic in ſpatio, quod undique extenſum imaginamur, ſi duæ lineæ parallelæ in infinitum producantur, erit area ab hiſce rectis comprehenſa reverà area infinita, eo quod omnem aream finitam ſeu undique clauſam ſuperat; erunt igitur in eâ in-

finita jugera, plures perticæ quadratæ, & multo plures pedes quadrati; rursus, si intra has lineas ducatur recta utrivis earum parallela, dividet hæc linea priorem aream in duas areas etiam infinitas; quæ igitur simul sumptæ priori infinito adæquantur. Non igitur naturæ infiniti repugnat, illud posse ab alio infinito excedi, per aliud multiplicari, & in alia etiamnum infinita dividi; hæc, inquam, nullo modo repugnant, sed ex ipsius rei natura facillime sequuntur; imo nemo est, qui infinitum spatium concedit, quin simul agnoscere cogatur istius spatii in alia infinita divisibilitatem.

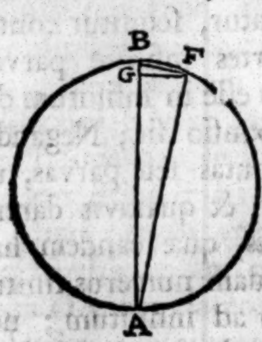
Aliud petunt argumentum contra infinitam materiæ divisibilitatem ex omnipotentia divina. Dicunt enim Deum posse continuum quodvis in partes suas infinitesimas resolvere, atque partes hasce à se invicem separare; sed si hoc fiat, daretur pars ultima, & divisibilitas continui tandem exhauriretur, ergo continuum non in infinitum sectile est. Respondeo proculdubio Deum posse quicquod est possibile, aut quod immutabili ipsius naturæ non repugnat; at cum hactenus demonstravimus nullam dari posse materiæ particulam utcunque parvam, quæ non iterum secari potest in infinitas alias etiam particulas; liquet exinde Deum non posse ita secare materiam, ut detur pars ultima indivisibilis. Si enim ad hoc se extenderet potentia Divina, posset Deus aliquid quod contradictionem involveret, vel quod immutabili ipsius Essentiæ repugnaret. Sed ulterius urgent, si quantitas omnis sit divisibilis in infinitum, & partes actu sint in continuo, dabitur actu pars infinitè parva, adeoque ulterius non divisibilis. Respondeo primo; possum cum Aristotele negare esse partes actu in continuo, & inde corrueret eorum argumentum quod ut demonstrationem invictam tantopere prædicant. 2*do*. Concedamus illis partes esse actu in continuo, concedamus esse partes infinitè parvas & indivisibiles, concedamus denique argumentum, nihil tamen exinde infertur contra quantitatis

titatis non infinite parvæ continuam & in infinitum divisibilitatem; hæc in argumento supponitur, at non refellitur; an quia pars continui infinite parva non est ulterius divisibilis, ideo sequitur partem datam, seu partem non infinitè parvam etiam non esse ulterius divisibilem? si aliquid exinde sequatur, sequitur continuam omnem quantitatem in partes infinitè parvas posse resolvi, adeoque continuum esse in infinitum divisibile. Sed tertia & vera responsio sit; Negando esse partes in continuo adeo minutas seu parvas, ut nequeant esse ulterius divisibiles; & quamvis darentur partes infinitè exiguæ, vel tales, quæ eandem habent proportionem ad sua tota quam numerus finitus ad infinitum, vel spatium finitum ad infinitum; negamus tamen hasce partes non esse ulterius divisibiles: sed cum ipsæ sunt extensæ, erunt etiam divisibiles non tantum in duas, tres vel plures partes, sed etiam quælibet potest in infinitum secari: Quantitatis infinite parvæ partes numero infinitæ, Infinitesimæ infinitesimarum seu Fluxiones Fluxionum à Geometris dici solent; à quibus adhibentur ad plura problemata aliàs intricacissima solvenda. Præterea, & harum Fluxionum dantur & aliæ Fluxiones seu partes suis totis infinite minores, & harum rursus partium erunt aliæ partes, atque sic quousque libet, progredi licebit. Non dissimulo ob humani ingenii imbecillitatem hoc conceptu esse difficillimum; non ideo tamen deserenda est veritas validissimis suffulta argumentis, præsertim cum quædam sunt, quæ à tenui nostro intellectu difficulter admodum capiuntur, quæ tamen esse, certissime novimus. Exempla possumus comparare plurima, at ea tantum adducemus quæ ad rem propositam illustrandam inserviunt; quibus ostendemus esse quantitates infinite minores aliis datis quantitatibus, quæ tamen erunt aliis infinite majores; ita, si dentur quædam quantitates infinite parvæ, erunt quædam etiam quantitates his infinite minores, & rursus his ultimis fieri possunt

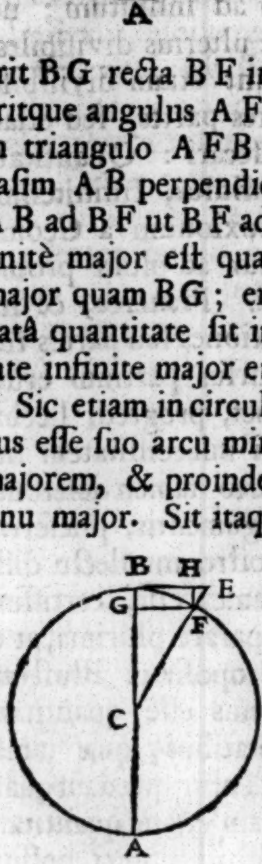
 aliæ

aliæ infinitæ minores, & sic semper deinceps usque ad infinitum.

Primo igitur, sic probamus dari quantitates, quæ quantitatibus infinitè parvis sunt infinitè minores; sit circulus ABF, cujus diameter AB, sitque BF pars peripheriæ infinitè parva, cujus proinde chorda erit etiam infinitè parva, hoc est, chorda BF, ad magnitudinem quamvis determinatam, *v.g.* ad circuli diametrum AB, eam habebit proportionem, quam habet magnitudo quævis finita ad infinitam. Demissa intelligatur à puncto F ad AB, perpendicularis FG; erit BG recta BF infinitè minor. ducatur enim AF, eritque angulus AFB in semicirculo rectus. Adeoque in triangulo AFB rectangulo ad F, ob demissam in basim AB perpendicularem FG, erit, per 8vam. 6ti. El. AB ad BF ut BF ad BG. Sed, ex hypothesi, AB infinitè major est quam BF, quare erit & BF infinitè major quam BG; erit igitur quantitas, quæ, etsi aliâ datâ quantitate sit infinitè minor, alia tamen quantitate infinite major erit.

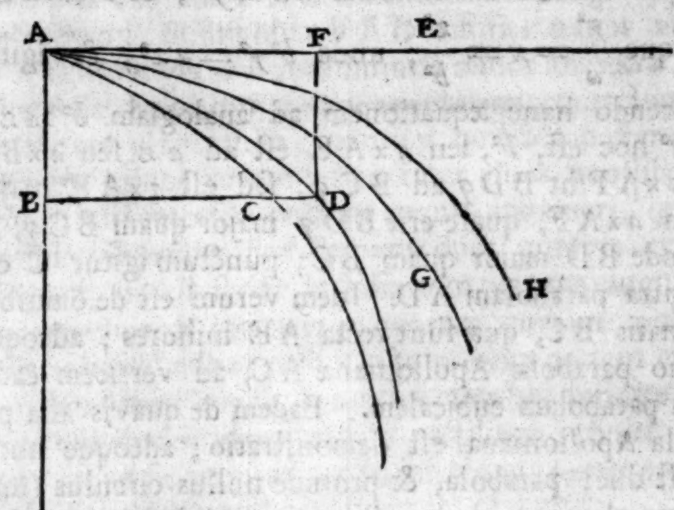


Sic etiam in circulo notum est, Sinum cujuslibet arcus esse suo arcu minorem, Tangentem vero esse arcu majorem, & proinde tangens arcûs erit etiam ejusdem sinu major. Sit itaque in circulo, cujus centrum C, & diameter AB, arcus infinitè parvus BF, cujus tangens sit BE, sinus rectus GF, & sinus versus GB; per F ducatur FH ad AB parallela, erit HE æqualis differentiæ sinus recti FG & tangentis BE, quæ ex jam ostensis non est omnino nihil. Jam in triangulis CBE FHE æquiangulis,



angulis, ob angulos ad H & B rectos & E communem, erit, per 4^{tam} 6^{ti}, CB ad BE ſicut FH eſt ad HE; ſed ex hypotheſi CB infinitè major eſt quam BE; quare erit & FH infinitè major quam HE: id eſt, in præſenti caſu, erit BG ſinus verſus arcus infinitè parvi infinite major quam differentia inter ſinum rectum & tangentem ejuſdem arcus. Cum igitur CB ſit infinitè major quam BE, & BE, ut ſuperius demonſtratum eſt, ſit infinitè major quam BG, & rurſus, per jam oſtenſa, BG infinitè major quam HE, liquet propoſitum.

Ad uberiorem hujus doctrinæ illuſtrationem, aliud libet afferre exemplum, quod à ſummo illo Philoſopho & Geometra *Newtono* deprompſimus, in Scholio ſectionis primæ *Philoſophiæ Natur.* Sit curva AC parabola Apolloniana, cujus axis AB, & AE tangens



in vertice A. Demonſtrant ſcriptores Conici, ut in circulo, ſic etiam in parabola, angulum contactus FAC eſſe angulo quovis rectilineo infinite minorem. Ad eundem jam axem AB & verticem A, deſcribi intelligatur alterius generis parabola, cubicalis ſcil. cujus

ordinatim applicatæ crescunt in subtriplicata ratione interceptarum; erit angulus contactus F A D angulo contactus parabolæ F A C infinitè minor; vel quod idem est, nullæ sunt parabolæ Apollonianæ, vel nulli circuli, quantumvis magna Parametro describantur, qui inter parabolam cubicalem & ejus ad verticem tangentem duci possunt; quod facilè sic demonstratur. Dicatur parabolæ Apollonianæ A C Parameter a, Parabolæ cubicalis A D Parameter sit b; Accipiatur in tangente punctum E tale, ut sit A E rectis a & b tertia proportionalis, hoc est, ut sit $a \times AE = b^2$; per punctum quodlibet F medium inter A & E ducatur F D ad axem parallela, curvæ A D occurrens in D, ducatur B C D ad tangentem parallela, & vocetur B D in parabola A D ordinatim applicata z; B C autem ordinata in parabola A C y, & intercepta A B sit x; erit ex natura harum curvarum $ax = y^2$, & $b^2 x = z^3$, adeoque $\frac{y^2}{a} = x = \frac{z^3}{b^2}$; unde $b^2 y^2 = a z^3$, & igitur reducendo hanc æquationem ad analogiam. $b^2 : az :: z^2 : y^2$ hoc est, b^2, seu $a \times AE$ est ad $a z$ seu $a \times BD$ vel $a \times AF$ ut BDq ad BCq: sed est $a \times AE$ major quam $a \times AF$, quare erit BDq major quam BCq, & proinde B D major quam B C; punctum igitur C cadit intra parabolam A D. Idem verum est de omnibus ordinatis B C, quæ sunt recta A E minores; adeoque portio parabolæ Apollonianæ A C, ad verticem cadit intra parabolam cubicalem. Eadem de quavis alia parabola Apolloniana est demonstratio; adeoque nulla potest duci parabola, & proinde nullus circulus (qui semper alicui parabolæ est æquicurvus) inter parabolam cubicalem & ejus ad verticem tangentem.

Quantumvis igitur diminuatur angulus contactus parabolicus vel circularis, erit tamen angulo contactus ad verticem parabolæ cubicalis major; ideoque erit quivis datus angulus contactus circularis vel parabolicus, angulo contactus ad verticem parabolæ cubicalis

infinite

infinite major; quantitas enim alterâ infinite major eſt, quæ quantumvis diminuta, alteram illam ſemper ſuperat.

Adhuc, ad eundem axem, & verticem, deſcribi intelligatur alia curva parabolica A G, cujus ordinem applicata quævis creſcat ſemper in ſubquadruplicata ratione interceptæ; erit angulus contactus F A G angulo F A D infinitè minor; quod ratiocinio priori haud diſſimili demonſtrare facile eſt. Eodem modo ad eundem axem & verticem, poteſt alia deſcribi Curva parabolica A H, cujus ordinatim applicatæ creſcunt in ſubquintuplicata ratione interceptarum, in qua ſit angulus contactus F A H angulo F A G infinite minor; atque ſic progredi licebit in infinitum, ſemper aſſignando alias atque alias figuras parabolicas, quarum anguli contactus infinite à ſe invicem differant, ſcil. erit angulus F A C infinite minor angulo quovis rectilineo, & angulus F A D infinite minor angulo F A C, & angulus F A G infinite minor angulo F A D: atque ſic habebitur ſeries angulorum contactuum in infinitum pergentium, quorum quilibet poſterior eſt infinite minor priore; imo inter duos quoſlibet angulos, alii interſeri poſſunt anguli innumeri, qui ſeſe infinite ſuperant. Sed & inter duos quoſvis ex hiſce angulis, poteſt ſeries in infinitum pergens angulorum intermediorum interſeri, quorum quilibet poſterior erit infinite minor priore. Quin etiam poſſunt eſſe anguli innumeri angulo contactus circulari infinite majores, qui tamen erunt angulo rectilineo infinite minores: atque ſic progreditur in infinitum; *neque novit natura limitem.*

Hæc adhibui exempla, ut videant adverſarii, immane quantum diſcedunt à veris rerum naturis, eorum de rebus ipſis ſpeculationes.

LECTIO

LECTIO V.

De materiæ ſubtilitate.

POſtquam infinitam materiæ diviſibilitatem validiſſimis (ut nobis videtur) propugnaverimus rationibus; objectionibus, quæ alicujus momenti ſunt, proſtratis prorſus & deletis; reſtat, ut mirandam naturæ ſubtilitatem, & minutiſſimas illas particulas, in quas materia actu dividitur vel ex quibus componitur, pauliſper contemplemur; has quidem undique comparatis exemplis, ante oculos veſtros poni, ſenſibus obverti, & ipſarum exilitatem calculo oſtendi, facillimum foret: nos autem pauca tantum proferemus.

Et primo, ex ſumma auri ductilitate, exiguam partium ipſius molem computatione collegerunt Doctiſſimi viri, Rohaultus Gallus in *Tractatu ſuo Phyſico*, Nobilis Boyleus noſtras in libro de *Effluviis*, & nuper Clariſſimus Halleius in *Actis Philoſophicis numero* 194. Halleius quidem demonſtravit unum auri granum in 10000 partes viſibiles poſſe ſecari; adeoque cum unum auri granum æquale ſit circiter $\frac{21}{100000}$ unius digiti cubici, ſequitur unum digitum cubicum auri dividi poſſe in partes 47 619 047; quæ omnes erunt nudo oculo ſatis ſpectabiles.

Computavit præterea Halleius craſſitiem iſtius Lamellæ aureæ, quæ ſuper argentea fila ab artificibus inducitur; invenitque eam $\frac{1}{124500}$ digiti non excedere; hoc eſt, ſi digitus longus dividatur in partes 124 500, craſſities iſtius lamellæ unam harum partium vix adæquabit, adeoque cubus partis centeſimæ unius digiti,

digiti, vel, quod idem eſt, digiti cubici pars $\frac{1}{1\,000\,000}$ poteſt continere 243000000 talium particularum.

Alia experimenta quamplurima tradit de hac re Inſignis ille & nobilis Philoſophus *Robertus Boyl* in præfato libro *De Natura & Subtilitate Effluviorum*; quorum unum aut alterum hic adducere liceat. Et primo, diſſolvit unum cupri granum in ſpiritu ſalis *Armoniaci*, & inde orta ſolutio cum aqua diſtillata mixta tincturam cæruleam ſaturam valde atque conſpicuam largita eſt granis aquæ 28534; unde, cum aquæ quantitas, cujus pondus eſt unius grani, æqualis ſit $\frac{37}{10\,000}$ unius digiti cubici, erunt grana aquæ 28534 magnitudine æqualia digitis cubicis 105, 57. Cum igitur unum cupri granum poteſt colorem cœruleum tantæ aquarum copiæ communicare, neceſſe erit ut ſit pars aliqua hujus cupri in parte quavis viſibili prædictæ aquarum copiæ; adeoque quot ſunt partes in ea aquæ quantitate oculo viſibiles, in tot ad minimum partes diviſum erat unum cupri granum; at viſu ſenſibilis eſt linea, cujus longitudo eſt pars digiti centeſima, adeoque ejus lineæ quadratum aut cubus, adhuc multo magis erit viſu dignoſcibilis: quare cum cubus, cujus latus eſt pars digiti longi centeſima, ſit pars digiti cubici millioneſima $\frac{1}{1000000}$, ſequitur ad minimum in digitis cubicis aquæ 105,57 eſſe partes ſenſu diſtinguibiles 105 570 000; adeoque per prædictam ſolutionem in tot ad minimum partes dividetur cupri granum. Eſt vero magnitudo unius cupri grani æqualis digiti partibus circiter $\frac{55}{100000}$, adeoq; cum digitus cubicus contineat propemodum 20000 talium particularum, hinc ſequitur digitum cupri cubicum in partes 2 111 400 000 000 actu poſſe reſolvi: & ſi accipiatur minutiſſima arenula talis ſc. ut ejus diameter ſit pars digiti centeſima, vel quod tantundem eſt, ut ipſa arenula ſit pars digiti millioneſima, hæc duos

duos milliones centum & undecim millia & quadringenta ſeu 211 4000 particularum, in quas diviſum eſt cuprum, continebit.

Secundum, quod proponimus, exemplum ex ſequentibus ducitur principiis.

Omnes recentiores conſentiunt Philoſophi odores oriri à profluviis ex corpore odorifero prodeuntibus & undique in medio diſperſis, quæ ope ſpiritus, quem per nares trahimus, in nervos olfactorios irruunt, eos irritant, atque ſic ſenſorium afficiunt; unde ſequitur, in quocunque loco odor cujuſvis corporis ſentitur, in eo eſſe aliquas particulas corporis odoriferi ſenſum afficientes. At plurima ſunt corpora odora, quæ ad diſtantiam quinque pedum facile olent, & ſenſum olfactorium movent; erunt igitur per omne illud ſpatium quædam corporis odori diffuſæ particulæ, ita ſcil. ut ubicunque in eo ſpatio ponantur nares, ibi aliqua eſſe corpora odoriferi effluvia neceſſe ſit; ſaltem quædam erunt in ea aeris quantitate, quæ ſimul per inſpirationem intra nares ducitur. Ponamus igitur eſſe unam tantum corporis odori particulam in unaquaque iſtius ſpatii parte, quæ digiti cubici partem quartam magnitudine adæquat; quamvis veriſimile ſit, effluvia tam rara vix ſenſum afficere poſſe, nolumus tamen plura aſſumere; tot igitur ad minimum erunt particulæ odorem producentes, quot ſunt in ſphæra, cujus ſemidiameter eſt quinque pedum, ſpatiola, quorum unumquodque æquale eſt digiti cubici parti quartæ: at in illa ſphæra ſunt ejuſmodi ſpatiola numero 57839616; tot erunt igitur in illo ſpatio particulæ odorem producentes.

Utcunque igitur definito effluviorum numero, progrediamur ad eorum magnitudinem determinandam: cum quantum effluviorum à corpore quovis deciditur tantum neceſſe erit ut corpus illud de pondere ſuo amittat; erit pondus effluviorum omnium, in dato quovis tempore, à corpore odorifero prodeuntium æquale ponderi partis eo in tempore amiſſæ; jam per experimento comprobavit *Boyleus* determinatam quan-

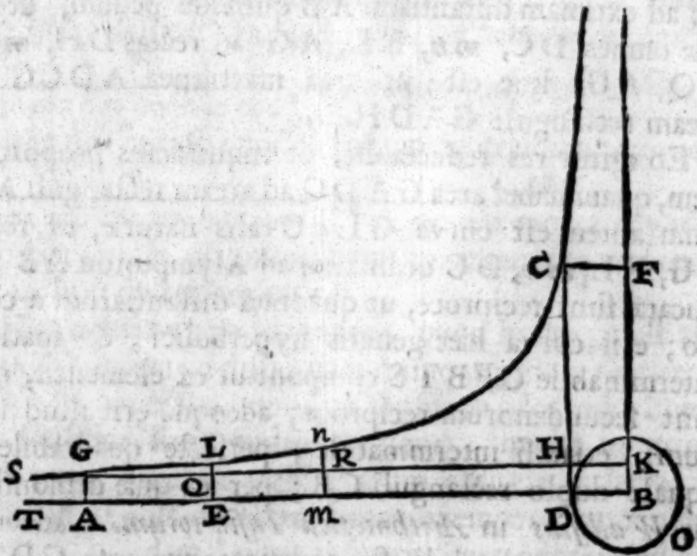
dam Aſſæ fœtidæ maſſam aperto aëri expoſitam, ſex dierum ſpatio, grani partem octavam de ſuo pondere amiſiſſe; cum vero continuus eſt effluviorum à corpore odorifero effluxus, patet oportere eum ſemper tempore proportionalem eſſe, adeoque tempore unius minuti primi erit pondus effluviorum ab aſſa fœtida decidentium æquale grani parti $\frac{1}{69\,120}$. Eſt autem magnitudo particulæ aqueæ, cujus pondus eſt unius grani, æqualis digiti cubici partibus $\frac{369}{100\,000}$, & proinde ejuſdem aquæ particula, cujus pondus eſt pars grani $\frac{1}{69\,120}$, magnitudine æqualis erit partibus digiti cubici $\frac{533}{10\,000\,000\,000}$; atqui eſt gravitas Aſſæ fœtidæ ad aquæ gravitatem (ut ipſe expertus ſum) ut ad 8 ad 7, & proinde magnitudo quantitatis Aſſæ fœtidæ, cujus pondus eſt unius grani pars $\frac{1}{69\,120}$, æqualis erit partibus digiti cubici $\frac{466}{10\,000\,000\,000}$; ſed effluviorum omnium numerus ſupra inventus ponitur 57839616, adeoque cum omnia hæc effluvia digiti cubici partes $\frac{466}{10\,000\,000\,000}$ tantum adæquant, erit unaquæque particula æqualis digiti cubici partibus $\frac{466}{57\,839\,616\,000\,000\,000}$; ſeu reducendo hanc fractionem ad decimalem, erit uniuſcujuſque particulæ magnitudo æqualis digiti cubici partibus $\frac{8}{10\,000\,000\,000\,000\,000}$ ſeu decem millebillioneſimis partibus octo.

In hiſce ſuppoſuimus particulas odorem producentes eſſe ubique in prædicta diſtantia æqualiter diffuſas; at cum verſus centrum ſeu corpus odoriferum, à quo prodeunt, ſpiſſiores & plures ſunt quam verſus extimam ſphæræ ſuperficiem, multo plures erunt particulæ quam

ſuperius

ſuperius determinavimus. Cum enim odores (ſicut cæteræ omnes qualitates, quæ à centro ſecundum rectas lineas propagantur) decreſcant in duplicata ratione diſtantiæ auctæ ab eodem centro, erit numerus particularum odorem producentium, & in dato ſpatio incluſarum, *v. g.* in digiti cubici quadrante ad diſtantiam unius pedis, quadruplus numeri particularum quæ in ſpatio æquali ad diſtantiam duorum à centro pedum locantur: & novies major erit numero particularum ad diſtantiam trium pedum, & ſic de cæteris; at ſi ubique non plures forent quam ſunt ad extremam ſuperficiem, eſſet earum numerus ſupra inventus 57839616. Patet igitur revera eſſe ipſarum numerum numero prædicto multo majorem.

Ut igitur, in prædicto caſu, particularum odores producentium numerus determinetur, cognoſcenda eſt quantitas Aſſæ fœtidæ, quam aëri expoſuit *Boyleus*; at ex ipſius ſcriptis non conſtat quanta hac fuit; neceſſe erit igitur ut aſſumamus aliquam illius quantitatem; ſed quo minorem ipſam ponamus, eo major evadit proportio numeri particularum ex ea profluentium ad numerum ſuperius inventum, cæteris omnibus pariter poſitis; ut igitur numerum vero non majorem eruamus, aſſumenda eſt quantitas probabiliter major eâ, quam aëri expoſuit *Boyleus*, ſitque ea æqualis ſphæræ, cujus diameter ſit ſex digitorum, per circulum D H O hic repræſentatæ; ſitque recta A D quinque pedum, ſeu 60 digitorum; erit A B 63 digitorum; ad punctum A ſuper A B erigatur perpendicularis A G, quæ repræſentet denſitatem ſeu numerum particularum intra datum ſpatium ad diſtantiam A B; & ſi in omnibus diſtantiis eadem eſſet particularum denſitas, earum numerus per rectas innumeras E Q, *m* R, D H, &c. parallelogrammum A H complentes, hoc eſt, per ipſum parallelogrammum A H exponi poſſit. Cum vero numerus particularum, in acceſſu ad centrum, ſupponatur creſcere in ratione diſtantiæ diminutæ duplicatâ; ad puncta



puncta E, *m*, D & alia innumera in recta A B ſumpta erigantur perpendicula E L, *m n*, D C, quæ ſint ad A G, ut quadratum rectæ A B ad quadrata rectarum E B, *m* B, D B &c. reſpective; & per puncta G, L, *n*, C, & alia innumera eodem modo determinata ducatur curva; ſi jam A G repræſentet numerum particularum ad diſtantiam A B, E L repræſentabit earum numerum ad diſtantiam E B, poſito quod particularum denſitates ſunt reciproce in duplicata ratione diſtantiarum à centro; at E Q ipſarum numerum denotaſſet, ſi ubique eadem fuiſſet earundem denſitas; eodem modo, *m n* exponet denſitatem particularum ad diſtantiam *m* B; at *m* R ipſarum numerum repræſentaſſet, ſi ubique uniformiter ſpiſſæ eſſent; ſic etiam D C denotabit numerum particularum ad diſtantiam D B poſitarum; ſi vero ubique æqualiter denſæ eſſent, numerus ille per D H repræſentandus foret; adeoque tota multitudo particularum, quæ à ſphæra D B O profluunt, & quarum denſitas decreſcit prout recedunt à centro in ratione diſtantiæ auctæ duplicata, eſt ad earum multitudinem, ſi ubique ipſarum denſitas ea eſſet, quæ

eſt ad extimam diſtantiam A B quinque pedum, ut rectæ omnes D C, *m n*, E L, A G ad rectas D H, *m* R, E Q, A G; hoc eſt, ut area mixtilinea A D C G ad aream rectanguli G A D H.

Eo igitur res reducta eſt, ut inquiramus proportionem, quam habet area G A D C ad aream rectanguli AH. Cum autem eſt curva G L *n* C talis naturæ, ut rectæ A G, E L, *m n*, D C ordinatim ad Aſymptoton A B applicatæ ſunt reciproce, ut quadrata diſtantiarum à centro; erit curva hæc generis hyperbolici, & ſpatium interminabile C F B T S componitur ex elementis, quæ ſunt ſecundanorum reciproca; adeoque erit illud ſpatium, etiamſi interminabile, perfecte quadrabile & æquale duplo rectanguli C B; per ea quæ demonſtravit *Walliſius* in *Arithmetica Infinitorum.* Adeoque erit area interminabilis ſeu indefinite protenſa C D T S ipſi C B rectangulo æqualis; & eodem modo area indefinitè protenſa G A T S æqualis erit rectangulo G B; erit itaque exceſſus, quo area C D T S ſuperat aream G A T S, æqualis exceſſui, quo parallelogrammum C B ſuperat parallelogrammum G B. Inveſtigemus igitur horum rectangulorum differentiam; Cum ex hyp. ſit A D 60 digitorum, & B D trium, erit A B 63 digitorum; ſitque A G unitas, cumque ſit, ut D B*q* ad A B*q* ita A G ad C D, hoc eſt, ut 9 ad 3969; erit C D partium 441 qualium A G eſt 1; adeoque C D × D B, ſeu rectangulum C B erit ad rectangulum B G, ut 1323 ad 63; & proinde rectangulorum differentia, hoc eſt, area G H D C erit partium 1260, qualium ſcil. rectangulum A H eſt 60. adeoque numerus particularum ex aſſa fœtida prodeuntium, quarum denſitates decreſcunt in duplicata ratione diſtantiæ auctæ, & intra ſphæram cujus diameter eſt 5 pedum contentarum eſt ad earundem numerum, (ſi ubique earum denſitas eſt æqualis ei quæ ſit ad diſtantiam quinque pedum) ut 1260 ad 60; hoc eſt, ut 21 ad 1; ſi igitur numerus ſupra inventus 57839616 per 21 multiplicetur, productus

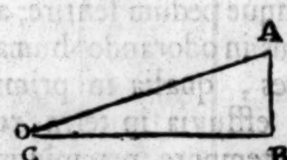
dabit

dabit numerum particularum ex aſſa fœtida prodeuntium, ſcilicet 1214631936. Præterea ſi fractio $\frac{8}{10\,000\,000\,000\,000\,000}$, quæ magnitudinem particularum in priore caſu exprimebat, per 21 dividatur, quotiens $\frac{8}{210\,000\,000\,000\,000\,000}$ ſeu $\frac{38}{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$ exhibet veram magnitudinem uniuſcujuſque particulæ, in hoc poſteriore caſu.

Hæc omnia ex eo ſequuntur, quod homo poteſt aſſæ fœtidæ odorem ad diſtantiam quinque pedum ſentire; at ſunt alia animalia, quorum ſenſus in odorando humanis ſenſibus ſunt multo acutiores, qualia in primis ſunt canes venatici, qui ferarum effluvia in terra relicta longo poſt deceſſum ferarum tempore, percipiunt; & aves quædam, quæ pulveris pyrii odorem ad magnam diſtantiam ſentiant. Oportet certe ut iſtiuſmodi effluviorum ſubtilitas longe major ſit ea, quam ex ſuperiore calculo elicimus; at ob experimentorum defectum non poteſt ea facile ad numeros revocari.

Ut materiæ ſubtilitatem ulterius oſtendant Philoſophi, in exemplum adducunt animalcula illa, quæ in aliorum animalium ſemine & in aliis liquoribus natantia conſpiciuntur; hæc quidem in quibuſdam fluidis adeo minutula ſunt, ut per Microſcopia objectum multum augentia viſa ut puncta appareant. Imo ſolertiſſimus ille naturæ indagator *Lewenhookius* plura horum animalculorum in lactibus unius Aſelli deprehendit, quam ſunt homines in tota terreni globi ſuperficie degentes. Sed lubet horum animalculorum magnitudinem veram inveſtigare: ad quod præſtandum ſequentia ex opticis ſuppono. Primo, Imaginem cujuſvis objecti ſub eodem angulo ex vertice emerſionis lentis apparere, quo viſibile ex vertice incidentiæ; hoc in Cl. *Gregorii* Elementis Dioptricis Prop. 18. demonſtratum eſt. 2*do*. Per experientiam comprobatum eſt ea objecta, quæ tanquam puncta videntur, hoc eſt, quorum partes

partes à ſe invicem viſu diſtingui nequeunt, ſub angulo uno minuto primo non majori apparere. *3tio*, Satis experiendo conſtat pleraque iſtiuſmodi animalculorum tantillæ eſſe magnitudinis, ut per lentem viſa, cujus diſtantia focalis eſt pars digiti decima, tanquam puncta appareant; hoc eſt, eorum partes nequeunt diſcerni; adeoque ſub angulo uno minuto primo non majori ex vertice iſtius lentis apparebunt. Eo igitur deventum eſt, ut inveſtigemus magnitudinem objecti,



quod ſub angulo dato ad datam diſtantiam apparet; hoc eſt, ſi in præſenti caſu, ſit C vertex lentis, A B longitudo animalculi, B C ejus diſtantia à lente æqualis ſcil. $\frac{1}{10}$ digiti, & angulus BCA ſub quo ad illam diſtantiam videtur ſit unius ſcrupuli; ex datis BC & angulo BCA invenienda eſt A B longitudo objecti. Jam in triangulo rectangulo A B C, ex datis (præter angulum ad B rectum) angulo B C A unius minuti primi, & latere BC æquali parti decimæ, per Trigonometriam innoteſcet latus A B æquale quam proxime $\frac{3}{100\,000}$ unius digiti. Si igitur animalcula illa eſſent figuræ cubicæ, ejuſdem ſcil. longitudinis, craſſitiei & latitudinis; ipſorum magnitudo per cubum fractionis $\frac{3}{100\,000}$ exprimenda eſſet; ſcil. per numerum $\frac{27}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$; æquale ſcil. eſſet unumquodque viginti ſeptem partibus mille billioneſimis digiti cubici.

Hinc, quod quidam Philoſophi de Angelis ſomniarunt, verum erit de noſtris animalculis, nempe poſſe multa eorum millia ſuper parvæ aciculæ cuſpidem ſaltitare.

Hinc etiam colligitur quantum eſt intervallum, quantilla intercedit proportio inter minima hæc natantia animalia

animalia & illa maxima, immanes nempe balænas, quæ in oceano montium inſtar apparent, quoties ex aquis ſua capita emergunt. Sunt enim in quibuſdam liquoribus animalcula tantillæ magnitudinis, ut ſi calculus ineatur, invenietur ingentem terræ molem non ſatis amplam futuram, ut ſit tertia proportionalis minutiſſimis his animalibus natantibus, & vaſtis Oceani cetis; adeo ut ipſa terra, utcunque magna videatur, minorem tamen deprehenditur habere rationem ad piſces hos maximos, quam hi ad illos minimos, qui in animalium ſemine natantes per microſcopia conſpiciuntur.

Cum animalculum quodvis ſit corpus organicum, perpendamus pauliſper, quam delicatulæ & ſubtiles eſſe debent partes ad ipſum conſtituendum, & ad vitalem actionem conſervandam neceſſariæ. Haud mehercule facile concipitur, quo pacto in tam anguſto ſpatiolo comprehendi poſſint; cor, quod ipſius vitæ fons eſt, muſculi ad motum neceſſarii, glandulæ ad liquores ſecernendos, ventriculus & inteſtina ad alimenta digerenda, & alia membra innumera ſine quibus animal eſſe non poteſt. Sed cum ſingula memorata membra ſunt etiam corpora organica, alias etiam habebunt partes ad ſuas actiones neceſſarias. Conſtabunt enim ex fibris, membranulis, tunicis, venis, arteriis, nervis & hiſce ſimilibus canaliculis numero fere infinitis, quorum exilitas imaginationis vires ſuperare videtur. At his infinite propemodum minores eſſe debent partes fluidi, quod per canaliculos hoſce decurrit, nempe ſanguis, lympha & ſpiritus animales, quorum in grandioribus animalibus incredibilis eſt ſubtilitas.

Libet craſſiores ſanguinis partes in his animalculis contemplari, globulos nempe, qui in ſanguine natant, ipſorumque magnitudinem calculo eruere.

Ad quod præſtandum ſequentem adhibebimus hypotheſim; Nempe quod diverſorum animalium ſimiles partes ſolidæ, hoc eſt, ſimiles particulæ corporeæ, ſeu partes trina dimenſione conſtantes, ſunt ut ipſorum ani-

malium magnitudines. Unde ſequitur diverſorum animalium ſimiles dimenſiones lineares eſſe in ſubtriplicata ratione magnitudinum animalium; hoc eſt, ut harum magnitudinum radices cubicæ: *v. g.* Cor humanum eſt ad cor animalculi cujuſvis, per microſcopium viſi, ut ipſum corpus humanum ad corpus animalculi; & proinde, ſi utriuſque corda ſint corpora ſimilia, erit Diameter unius ad alterius diametrum, ut radix cubica magnitudinis unius ad radicem cubicam alterius magnitudinis. Sic etiam vaſa ſanguifera minima in homine ſunt ad vaſa ſimilia minima in animalculo, ut magnitudo hominis ad animalculi magnitudinem; & Diameter vaſis minimi in corpore humano erit ad diametrum vaſis minimi in corpore animalculi, ut radix cubica magnitudinis humanæ ad radicem cubicam magnitudinis animalculi.

Ponamus jam hominis mediocris magnitudinem eſſe trium pedum cubicorum, ſeu digitorum 5184, ut igitur magnitudo hominis mediocris ſeu digiti cubici 5184 ad magnitudinem animalculi ſuperius traditam, æqualem nempe digiti cubici partibus $\frac{27}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$, ita vaſa minima in corpore humano ad ſimilia vaſa minima in animalculo; & ut radix cubica magnitudinis humanæ, ſeu ut radix cubica numeri 5184 ad radicem cubicam magnitudinis animalculi, ſeu ad radicem cubicam numeri $\frac{27}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$, hoc eſt, quam proxime ut 17 ad $\frac{3}{100\,000}$, ita diameter vaſis minimi in corpore humano ad diametrum vaſis minimi in animalculo. Verum Cl. *Lewenhookius* iſtiuſmodi vaſa in corpore humano detexit ope microſcopii, ut poſita diametro unius arenulæ $\frac{1}{30}$ digiti, hæc contineret 2640 diametros talium vaſculorum, quæ in humano corpore conſpexit; adeoque erit diameter unius hujuſmodi vaſculorum

lorum æqualis $\frac{1}{2640} \times \frac{1}{30}$ digiti, hoc eſt, æqualis digiti parti $\frac{1}{79\,200}$; & quamvis certum ſit hæc vaſa non fuiſſe minima eorum, quæ ſunt in corpore humano, nam & alia hiſce multo minora ibi eſſe oportere, facile eſt oſtendere; ponamus tamen ipſa fuiſſe minima. Fiat igitur ut 17 ad $\frac{3}{100\,000}$ ita $\frac{1}{79\,200}$ ad alium numerum; Numerus ille exprimet in partibus digiti, diametrum vaſis minimi in animalculo; qui, operando per regulam trium, invenitur $\frac{3}{134\,640\,000\,000}$, hæc fractio ad decimalem reducta erit quam proxime $\frac{22}{1\,000\,000\,000\,000}$. Vel (ut numeros rotundos adhibeamus) $\frac{2}{100\,000\,000\,000}$. Cum autem neceſſe ſit ut diameter globuli vel particulæ fluidi, quod in vaſe aliquo continetur, ipſa vaſis diametro non ſit major; erit diameter globuli ſanguinei, qui per vaſa hæc minima decurrit, non major digiti partibus $\frac{2}{100\,000\,000\,000}$; adeoque ipſorum globulorum ſoliditas ſeu magnitudo minor erit cubo iſtius diametri, hoc eſt, minor erit partibus digiti cubici $\frac{8}{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$; hoc eſt, erit globulorum magnitudo minor ea digiti cubici parte, quæ exprimitur per fractionem, cujus numerator eſt numerus octonarius, denominator vero eſt numerus decem quintillionarius, ſeu qui ſcribitur per unitatem cum triginta tribus Cyphris poſt ſe.

Cum fractio, qua globulorum magnitudo exprimitur, tam numeroſis conſtet cyphris, ut vera ipſorum quantitas non exinde facile concipiatur; Libet ulterius progredi & globulos hoſce cum aliis minimis, quæ nudo oculo conſpici poſſunt, corporibus comparare, *viz.*

 cum

cum minutissimis arenulis, talibus scil. ut ipsarum diametri digiti partem centesimam non excedant, & denique minimas has arenulas cum aliis maximis terræ corporibus, ingentibus *e. g.* montibus; ut videamus qualem ad se invicem obtineant rationem; atque sic multo melius particularum exilitas intelligetur. Sed cur hac utar voce? cum potius dicendum est, comparatione sic facta, illorum subtilitatem prorsus incomprehensibilem fore. Nam exinde colligitur, ne quidem decem mille ducentos quinquaginta & sex altissimos totius telluris montes posse continere tot arenulas, quot potest una arenula continere globulos animalculorum sanguineos; non mirum erit, Academici, si ad hæc attonitis hæreatis animis, & re tam prodigiosâ perculsi ipsam materiæ infinitam divisibilitatem etsi validissimis suffultam demonstrationibus in dubium vocetis. Utcunque vero res hæc prima facie prorsus incredibilis videatur, ipsam nihilominus ex claris & facillimis principiis deducemus.

Ut facilius calculus ineatur, vocemus decimam pedis partem unum digitum, & ponamus centum arenulas juxta se positas spatium istius longitudinis digitalis occupare; vel, quod idem est, supponantur mille arenulæ contiguæ per longitudinem pedis extendi, erunt igitur in uno digito cubico arenulæ 1 000 000, & in pede cubico erunt arenulæ 1 000 000 000. Sit milliare unum seu mille passuum æquale 5000 pedibus, erunt pedes cubici in uno milliari cubico 125 000 000 000; adeoq; arenularum numerus, quæ in uno milliari cubico contineri possunt, erit 125 000 000 000 000 000 000.

Jam ut montium dimensiones habeamus, sumamus altissimum, ut vulgo creditur, totius telluris montem, eum nempe qui in Insula Teneriffa est, & *El. Pico de Terrario* dicitur, cujus altitudo perpendicularis vulgo æstimatur trium milliarium Italicorum. Supponamus montem hunc esse figuræ conicæ, atque hujus circuitum ad basim esse triginta & quinque milliarium, erit area

area basis 97, 5 circiter milliarium; nam ut 314 ad 100, hoc est, ut circuli circumferentia ad diametrum, ita 35 ad 11, 14 diametrum seu montis crassitiem ad basim, cujus pars quarta 27, 85 ducta in peripheriam 35 dat aream basis æqualem scil. 97, 5 milliaribus quadraticis; cum igitur mons ex hyp. sit figuræ conicæ, si basis in tertiam altitudinis partem multiplicetur, productus in milliaribus cubicis exhibebit ipsius montis contentum solidum; atque tertia pars altitudinis ex hypothesi æqualis est uni milliari, qui multiplicans numerum 97, 5, productus seu montis soliditas erit æqualis milliaribus cubicis 97, 5; qui numerus si rursus multiplicetur per 123 000 000 000 000 000 000, productus seu numerus 12 187 500 000 000 000 000 000 exhibebit numerum arenularum ex quibus mons insulæ *Teneriffæ* componi possit.

Hisce investigatis, videamus quot particulæ seu sanguinei globuli in una arenula contineri possunt. Ex supra monstratis uniuscujusque globuli magnitudo minor est digiti cubici partibus

$$\frac{8}{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000};$$ & magnitudo unius arenulæ æqualis est digiti cubici parti $\frac{1}{1\,000\,000}$; adeoque si posterior hic numerus per priorem dividatur, quotiens $\frac{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}{8\,000\,000}$

seu $\frac{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}{8}$; hoc est,

125 000 000 000 000 000 000 000 000 minor erit numero globulorum sanguinis, qui in magnitudine unius arenulæ contineri possunt; sed numerus hic 125 000 000 000 000 000 000 000 000 divisus per 12 187 500 000 000 000 000 000 numerum arenularum, quæ in monte Insulæ *Teneriffæ* contineri possunt, quotiens major erit quam numerus 10 256; adeoque una arenula plusquam decem millies ducenties quinqua-

 gesies

gesies & sexies plures globulos sanguineos in se continere potest, quam Altissimus totius telluris mons arenulas; vel, quod idem est, decem mille ducenti quinquaginta & sex montes, quorum unusquisque æqualis est altissimo totius telluris monti, non tot possunt in se continere arenulas, quot una arenula possit in se continere particulas sanguineas animalculorum, quæ per microscopia in quibusdam fluidis natantia cernuntur. Quod erat ostendendum. Cum igitur globuli hi tantillæ sint magnitudinis, quid sentiendum erit de particulis fluidum componentibus, in quo istiusmodi globuli vehuntur, & de spirituum animalium subtilitate? hæc proculdubio tanta est, ut omnem calculum & imaginandi vim fugiat.

Supra modum mirabilis est hæc naturæ subtilitas; at sunt aliæ materiæ particulæ memoratis multo subtiliores, ad quas si prædicti globuli referantur, non montium sed ingentium terrarum instar apparebunt. Lucis intelligo particulas, quæ à corpore lucido ineffabili celeritate undiquaque projiciuntur, quarum subtilitatem animus humanus nunquam forte nisi post adeptam in cœlis perfectionem assequetur; immensam tamen ipsam esse vel exinde colligitur, quod lumen tenuissimæ lucernæ in tempore omnino insensibili, & absque ullo sensibili ipsius lucernæ decremento, ad distantiam duorum milliarium ab oculo sentitur; unde necesse est, ut in omni assignabili parte sphæræ activitatis istius lucernæ, cujus diameter quatuor millibus passuum major est, & in omni assignabili temporis particula, sint quædam istius lucernæ particulæ, quæ oculum ingrediuntur vel ingredi possunt; quæ quidem in diversis temporis partibus diversæ erunt. Atque per ineffabilem illam lucis subtilitatem fit, ut Sol etiamsi continuo ab ipsius creationis exordio lucem celerrime in omnem mundi partem emittat, non tamen sensibile quidquam per omne illud tempus de sua magnitudine amisit, etiamsi quotidie per aliquam, inæstimabilem

mabilem licet, quantitatem decrescat; unde etiamsi post sex mille annos ejus diminutio nondum notabilis evaserit, post finitam tamen annorum seriem, quamvis valde protractam, totus dissipabitur. Ex quo sequitur Mundum hunc nec in æternum existere posse, nec potuisse ab æterno exstitisse.

Ex demonstrata infinita materiæ Divisibilitate, sequentia Theoremata ejusdem Raritatem & tenuem compositionem spectantia facile eliciuntur.

Lemma.

Datâ quavis materiæ quantitate, ex eâ, vel ex quâvis ejus parte, formari potest sphæra concava, cujus semidiameter sit datæ rectæ æqualis.

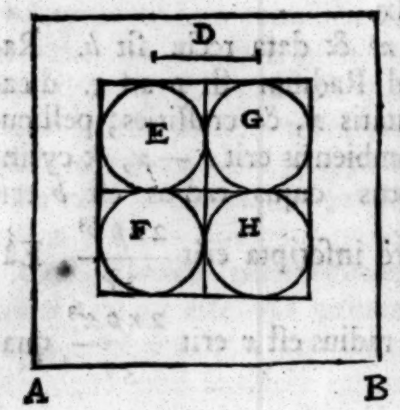
Sit materiæ particula a^3 & data recta sit b. Ratio peripheriæ circuli ad Radium sit p ad r. dicatur semidiameter concavitatis x, & crassities, pelliculæ concavitatem sphæræ ambientis erit $b - x$, & cylindrus sphæræ circumscriptus cujus radius est b erit $\frac{p \times b^3}{r}$ unde sphæra cylindro inscripta erit $\frac{2 \times p\, b^3}{3r}$. Eâdem ratione sphæra cujus radius est x erit $\frac{2 \times p\, x^3}{3r}$ quarum differentia $\frac{2p}{3 \times r} \times b^3 - x^3$ ponenda est sphæricæ lamellæ æqualis, seu materiæ particulæ datæ; hoc est erit $\frac{2p}{3r} b^3 - x^3 = a^3$ seu $b^3 - x^3 = \frac{3ra^3}{2p}$ unde $x^3 = b^3 - \frac{3ra^3}{2p}$ & $x = \sqrt[3]{b^3 - \frac{3ra^3}{2p}}$ adeoque crassities lamellæ sphæricæ seu $b - x$ erit $= b - \sqrt[3]{b^3 - \frac{3ra^3}{2p}}$.

Eâdem ratione fieri possunt ex data materiæ quantitate Cubi *concavi*, Cylindri *concavi*, *vel corpora etiam alterius*

alterius cujusvis figuræ concavæ, quorum latera sunt datæ rectæ æqualia.

Theorema Primum.

Datâ quavis materiæ quantitate quantumvis exiguâ, & dato spatio quovis finito utcunque amplo; quod v. gr. *sit cubus, qui sphæram Saturni circumscriberet: Possibile est ut materia istius Arenulæ per totum illud spatium diffundatur, atque ipsum ita adimpleat, ut nullus sit in eo porus cujus diameter datam superet lineam.*



Sit datum spatium Cubus cujus latus sit recta A B, diametro scil. orbitæ Saturni æqualis, deturque materiæ particula cujus quantitas sit b^3, & data recta (quâ pororum diametri non majores esse debent) sit D. Dividi concipiatur recta AB in partes æquales rectæ *d*, quarum numerus finitus erit, cum nec recta A B ponitur infinitè magna, nec recta D infinitè parva: sit numerus ille *n*, hoc est sit n D $=$ A B, adeoque erit n^3 D^3 æqualis cubo rectæ A B. Concipiatur item spatium datum dividi in cubos quorum singulorum latera sunt æqualia rectæ D, eritque cuborum numerus n^3, & hi cubi per spatia E F G H in figura repræsententur. Dividi porro supponatur particula b^3 in partes quarum numerus sit n^3, & in uno quoque spatio cubico ponatur una harum particularum, & hac ratione materia b^3 per omne illud spatium diffundetur. Potest præterea unaquæque ipsius b^3 particula in sua quasi cellâ locata in

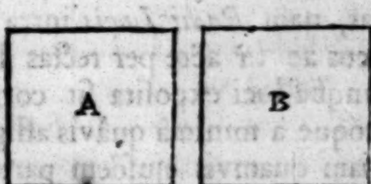
in ſphæram concavam formari, cujus diameter ſit æqualis datæ rectæ D; unde fiet, ut ſphæra & quælibet proximam quamque tangat, & data materiæ particula utcunque exigua b^3 ſpatium datum ita adimplebit, ut nullus fiet in eo porus cujus diameter datam rectam D ſuperat. Q. E. D.

Cor. Hinc dari poteſt corpus, cujus materia, ſi in ſpatium abſolutè plenum redigatur, ſpatium illud fieri poteſt prioris magnitudinis pars quælibet data.

Theorema Secundum.

Poſſunt eſſe duo corpora mole æqualia, quorum materiæ quantitates ſint utcunque inæquales, & datam quamvis ad ſe invicem obtineant rationem, pororum tamen ſummæ, ſeu ſpatia vacua inter corpora, ad rationem æqualitatis ferè accedant. Vel in ſtilo Carteſiano: *Spatium omne, quod à materiâ ſubtili intra unius corporis poros occupatur, poſſet eſſe fere æquale ſpatio quod à ſimili materiâ intra alterum corpus tenetur. Licet materia propria unius corporis decies millies vel centies millies ſuperat materiam propriam alterius Corporis, & Corpora ſint mole æqualia.*

Ex. gr. Sit Digitus cubicus *Auri*, & Digitus cubicus *Aeris* vulgaris non condenſati. Certum eſt quantitatem materiæ in *Auro* vicies millies circiter ſuperare materiam aëris, attamen fieri poteſt, ut ſpatia in *auro* vel abſolutè vacua, vel materiâ ſubtili repleta, ſint ferè æqualia ſpatiis in aëre, vel vacuis, vel materiâ tantum ſubtili repletis.



Sint A & B corpora duo, magnitudine æqualia: utrumque *v. gr.* ſit cubus uniûs digiti. Et corpus A decies millies ſit gravius corpore B, unde & corpus A quan-

titate

titate materiæ decies millies ſuperabit corpus B. Ponamus jam materiæ quantitatem in *A* redigi in ſpatium abſolutè plenum, quod ſit digiti cubici pars centies milleſima; (liquet enim ex corolli præcedentis Theorematis id fieri poſſe.) Unde cum materia in A decies millies ſuperat materiam in B, materia illa in B, ſi in ſpatium abſolutè plenum compingatur, occupabit tantum digiti cubici partem $\frac{1}{1000000000}$ decies ſeu millies centies milleſimam; Adeoque partes reliquæ 999999999 vel erunt abſolutè vacuæ, vel materiâ aliqua ſubtili, qualis ſupponitur Carteſiana, tantum repletæ. Porro, cum materiæ quantitas in A impleat tantum digiti partem centies milleſimam, erunt in corpore A partes 99999 centies milleſimæ, vel vacuæ, vel materia ſubtili repletæ, hoc eſt reducendo fractionem ad denominatorem prioris fractionis, erunt in *A* partes vacuæ 999990000 millies decies centies milleſimæ. Adeoque vacuitates in *A* erunt ad vacuitates in *B*, ut numerus 999990000 ad numerum 999999999, qui numeri ſunt ad ſe invicem ferè in ratione æqualitatis, nam eorum differentia, parvam admodum ad ipſos numeros obtinet rationem. Adeoque ſpatia vacua, vel materiâ ſubtili tantum repleta, quæ ſunt in duobus corporibus A & B, eandem cum ipſis numeris, ad ſe invicem rationem obtinentes, ſunt etiam ferè in ratione æqualitatis. Q. E. D.

Corpora autem omnia eſſe rariſſima, hoc eſt pro mole ſua parvam admodum continere materiæ quantitatem, ex diaphanorum proprietatibus certiſſimè conſtat, nam *Radii Lucis* intra vitrum, vel aquam non ſecus ac in aëre per rectas lineas diffunduntur; quæcunque luci expoſita ſit corporis Diaphani facies; Adeoque à minimâ quâvis aſſignabili Diaphani parte, ad aliam quamvis ejuſdem partem, ſemper extenditur in his corporibus porus rectilineus, per quem tranſiverit lux, atque hoc fieri non poteſt niſi Materia Diaphani

ad

ad ejus molem, parvam admodum obtineat rationem, nec fortaſſe materiæ quantitas in vitro, ad ejus magnitudinem majorem habet rationem, quam magnitudo unius Arenulæ ad totam Terreni orbis molem: Hoc autem non eſſe impoſſibile, ſuperius oſtenſum eſt. Unde cum Aurum non ſit octuplo denſius Vitro; ejus quoque materia, ad propriam molem, exiguam admodum obtinebit rationem.

Hinc ratio reddi poteſt, cur effluvia magnetica eadem ferè facilitate denſum Aurum & tenuem aërem pervadunt.

Ex his etiam propoſitionibus, & ex maximâ lucis celeritate, ratio reddi poteſt, cur *Lucis* radii ex pluribus objectis prodeuntes & per tenue foramen tranſmiſſi, ſe mutuo non impediunt, ſed per eandem rectam in motu ſuo perſeverant: Quod per motum ſeu impulſum fluidi, plenum efficientis, vix explicari poteſt; *corpus enim omne à pluribus potentiis, ſecundum diverſas directiones, ſimul impulſum, unam tantum & determinatam directionem accipit ex omnibus compoſitam.*

LECTIO

LECTIO VI.

De Motu, Loco, & Tempore.

CUM hactenus de corporum Soliditate, Extensione, Divisibilitate, & Subtilitate, satis à nobis dictum sit; ad motum jam, nobilissimam, qua gaudet corpus, affectionem, dilucidandum accedimus: quo mediante se prodit natura, eâ rerum varietate agentem, quæ videri non sine stupore debet; quo sublato, omnis periret mundi ornatus, & spectabilis pulchritudo; atque horrendæ tenebræ, & infinitus torpor, res omnes occuparent. Ab hoc pendent dierum & noctium vicissitudines, frigoris, & caloris, nivis, pluviæ, & serenitatis, sese mutuo excipientium tanta varietas, atque anni tempestates omnes. Per motum crescunt plantæ, nutriuntur arbores, & vivunt animalia, cum ipsa vita non nisi in motu, hoc est sanguinis circulatione consistit. Sed quid singulis enumerandis morer? cum res omnes ex motu nascuntur.

Scientia igitur de motu, ad rite Philosophandum adeo est necessaria, ut ne vel minimum naturæ opus absque eo investigari possit. Hinc celebre & verissimum illud Philosophi Effatum, Ἀναγκαῖον ἀγνοουμένης αὐτῆς κινήσεως ἀγνοεῖσθαι καὶ τὴν φύσιν, Ignorato motu naturam ignorari necesse est.

De motus natura, causis, & communicatione, multum inter se disceptarunt Physici seu potius Metaphysici; & mirum est quantas lites, de re satis clara, moverunt; & quæ idearum confusio, quæ tenebræ exinde subortæ sunt, adeo ut inter disputandi ineptias, naturalis & simplex, quam de eo habuerunt, notitia ipsis elabi videatur. Vix enim è plebe quemquam, aut rudem artificem inveniemus, qui non plus novit de verâ naturâ,

atque

atque causa motus quam omnes hi disputantes Philosophi, quorum quidem aliqui eo pervenerunt insaniæ, ut motum omnem tanquam rem impossibilem à corporibus sustulerint, & argutias quasdam proposuerint, quibus illius impossibilitatem adstruere sibi visi sunt.

Liceat hic validiora quædam illorum argumenta proferre; & primum sit illud Diodori Croni: Nempe, si corpus moveatur, vel movetur in loco quo est, vel in loco quo non est, quorum utrumvis est impossibile; si enim movetur in loco quo est, ab illo loco nunquam exiret, adeoque nullus daretur motus; similiter non potest moveri in loco quo non est, quia nihil agit in loco quo non est, ergo non omnino movebitur corpus. Respondeo, nec corpus moveri in loco quo est, nec in loco quo non est, sed moveri è loco in locum.

Secundum Argumentum est illud Zenonis, quod Achillis nomine insignivit, quo Zeno conatur probare, si daretur motus, Achillem etsi velocissimum, testudinem animalium tardissimam nunquam assecuturum: est autem ejusmodi. Ponatur Achillem à testudine distare per quodvis spatium finitum, *v. g.* mille passuum, atque eum centies velocius testudine moveri supponamus; ergo dum Achilles unum percurrit milliare, testudo milliaris partem unam centesimam conficiet, adeoque Achilles testudinem nondum est assècutus; & rursus dum Achilles partem illam milliaris centesimam conficit, testudo interim per milliaris partem decemmillesimam reptabit, adeoque nec adhuc testudinem erit assècutus Achilles; eodem modo dum Achilles partem illam milliaris decemmillesimam decurrit, testudo per milliaris partem millionesimam promovebitur, adeoque nec adhuc testudinem attingere potest: atque sic progredi licebit in infinitum, nec unquam potest testudinem captare, sed semper erit aliqua inter Achillem & testudinem distantia.

Famosum est hoc Zenonis argumentum; ad quod solvendum scripserunt quidam integros tractatus: at nos facillime

cillime illius nodum dissolvemus, dicendo milliare, una cum milliaris parte centesima, una cum milliaris parte decemmillesima, una cum milliaris parte millionesima, & sic in infinitum, quantitati finitæ æquipollere: hoc enim ab Arithmeticis demonstratum est, quod summa seriei cujusvis quantitatum in quavis proportione Geometrica in infinitum decrescentium, æqualis sit quantitati finitæ; sed milliaris pars $\frac{1}{100}$, una cum parte $\frac{1}{10\,000}$, una cum parte $\frac{1}{1\,000\,000}$, una cum parte $\frac{1}{100\,000\,000}$ centum millionesima, & sic in infinitum, est series quantitatum in proportione Geometrica in infinitum decrescentium, adeoque illius summa, cum sit æqualis quantitati finitæ, à mobili cum data velocitate moto, finito in tempore percurri potest. Ponamus enim Achillem spatio unius horæ milliare peragrasse, ergo & partem milliaris centesimam in parte horæ centesima conficiet, & partem milliaris decemmillesimam, in horæ parte decemmillesima percurret; eodem modo pars milliaris millionesima in parte horæ millionesima peragrabitur, & sic de cæteris. Si igitur hora, una cum horæ parte centesima, una cum horæ parte decem millesima, una cum horæ parte millionesima, $+ \frac{1}{100\,000\,000}$ &c. in infinitum, si inquam summa hujus seriei in infinitum continuatæ infinito temporis spatio æquipolleret, certum est Achillem testudinem nunquam esse assecuturum in tempore finito; verum cum, ut hactenus dictum est, horæ pars $\frac{1}{100} + \frac{1}{10\,000} + \frac{1}{1\,000\,000}$ &c. sit series quantitatum in proportione Geometrica in infinitum decrescentium, erit illius summa quantitati finitæ æqualis, scil. uni parti horæ nonagesimæ nonæ, ut facillime demonstrari potest: & intra illud temporis spatium omnes, ut-

eunque

cunque numero infinitæ, temporis particulæ elabentur. Dicimus igitur Achillem testudinem assecuturum post elapsas horam unam & infinitas illas numero particulas quæ in prædictâ serie continentur; hoc est, post horam unam & horæ partem nonagesimam nonam ad testudinem pertinget; atque sic tollitur vis illius argumenti, quod tanquam insolubile toties jactaverunt illius patroni.

Hoc etiam proferri solet contra motum argumentum. Corpus A moveatur à B ad C, positis B & C duobus punctis contiguis, in instanti D, cum movetur A supponitur esse in B, adeoque in eo instanti non potest ad C pervenire, quia scil. ponitur esse in B, & in eodem instanti non potest esse in utroque, quia nihil potest esse simul in duobus locis, hoc est, in eodem instanti, adeoque in instanti quo est in B non potest ad C pervenire; eodem modo in quolibet alio instanti non potest ad C pervenire, quia adhuc ponitur in B, adeoque secundum hujus argumenti authores nunquam ad C pertinget.

Huic argumento facile responderi potest, dicendo A sub initio instantis D, esse in B puncto, at in fine in puncto C; oportet enim ut tempus omne, in quo peragitur motus finitus, habeat initium & finem.

Sed præterea in allato argumento, non pauca assumpta ponuntur, quæ falsa atque impossibilia sunt, *v. g.* cum duo supponuntur puncta contigua. Si per punctum intelligatur pars indivisibilis seu minima quantitas, talia quidem puncta non dari prius demonstravimus; adeoque si huic hypothesi innitatur argumentum, impossibile erit, ut ullam inferat humano intellectui vim, ad motum convellendum. Si vero per puncta intelligantur ipsa puncta Mathematica, qualia scil. sunt linearum termini, sectiones, & contactus, hæc equidem ut possibilia agnosco, impossibile tamen erit ut res quævis in iis moveatur; quicquid enim movetur, per spatium movetur, at punctum Mathema-

ticum alii puncto contiguum non poteſt ſpatium componere, ſed punctum: nam ſicut in Arithmetica mille cyphræ ſeu nihil millies ſumptum nihilo æquipollet; ſic in Geometria mille puncta, vel etiam infinita ſimul puncta quantitatem non component, ſed puncto ſeu non quanto æquipollebunt. Unde cum duo puncta contigua tantum puncto æquantur, lubens agnoſco non poſſe motum per ea fieri; at nihil inde ſequitur abſurdi, motus enim per ſpatium non tollitur, ſed motus per punctum, & abſurdum quidem eſſet ſi iſtiuſmodi concederetur motus.

Quod de punctis diximus, idem poteſt inſtantibus accommodari, oſtendendo ut magnitudines omnes, ſic etiam tempus eſſe in infinitum diviſibile, adeoque nullam eſſe temporis particulam quæ proprie inſtans dici poteſt, ſeu punctum temporis, ſicut nulla eſt pars lineæ quæ cum puncto Geometrico coincidit, & ut infinita puncta non lineam componunt, ſed punctum, ſic etiam infinita inſtantia, ſeu temporis puncta, nulli tempori æquantur. Poteſt quidem ſpatium temporis inter diverſa inſtantia dato tempori æquari, at ipſa inſtantia nulli tempori æqualia erunt; tempus enim non ex inſtantibus, ſed ex partibus quæ ſunt tempora componitur, nec motus in inſtanti ſed in tempore peragitur.

Sed hiſce nugis valere juſſis, ad inſtitutum revertor.

Cum motus de quo acturi ſumus ſit motus localis, res poſtulat ut quædam de loco & tempore prius diſſeramus. Locus diſtingui ſolet in internum, & externum. Internus locus eſt ſpatium quod à corpore locato repletur; externus autem is ſolus eſt, qui ab Ariſtotele definitur, & dicitur ſuperficies concava corporis ambientis, & locatum continentis.

Clarius fortaſſe diſtinguetur locus, ſicut & ſpatium, in abſolutum & relativum. Locus abſolutus ſeu primarius eſt ea ſpatii immobilis, permanentis & undique expanſi pars, quæ à corpore locato occupatur; Locus relativus ſeu ſecundarius eſt apparens ille & ſenſibilis,

lis, qui à ſenſibus noſtris ex ſitu ad alia corpora definitur. Cum enim ſpatium ipſum ſit ens ſimilare & uniforme, cujus partes videri nequeunt, & per ſenſus à ſe invicem diſtingui, ideo convenit ut corporum loca ad alia corpora referantur, & per diſtantias & poſitiones ad alia iſta corpora determinentur, *v. g.* ponamus aliquem in angulo quovis domus alicujus ſedere; illius locus per diſtantiam, reſpectum, & poſitionem quam habet ad alios angulos, parietes, & circumſtantia corpora, quæ tanquam immobilia ſpectantur, definietur; & quamdiu quiſquam eundem ſitum & diſtantiam ab hiſce corporibus conſervat, tamdiu in eodem manere loco videbitur. Sic etiam ſi quiſquam in nave ſedeat, ſive quieſcit navis ſive movetur, quamdiu eandem ſervat diſtantiam ab omnibus navis partibus quæ tanquam quieſcentes ſpectantur, & eadem manet ad eas omnes poſitio, idem etiam manebit illius locus relativus.

Quod de loco diximus poteſt etiam ſpatio ſimiliter applicari, ſcil. illud quoque in abſolutum & relativum diſtingui; Abſolutum dicimus illud, quod ſua natura, abſque relatione ad externum quodvis, ſemper manet ſimilare & immobile. Relativum autem eſt quod ad corpora quædam refertur, per quæ determinatur, & menſuratur; cujus nempe partes ad corpora illa eandem ſemper ſervant poſitionem & ſitum, & quarum diſtantia ab iis immutata, eadem ſemper perſeverat.

Spatium relativum idem ſemper magnitudine & figura eſt cum ſpatio abſoluto, non tamen neceſſe eſt ut idem ſemper numero maneat cum eodem; nam in prædicto navis exemplo, ſi navis abſolute quieſcit, in eo quidem caſu ſpatium relativum cum abſoluto coincidit, non magnitudine & figura tantum, ſed etiam & numero: at ſi ponamus navem moveri, ſpatium abſolutum quod intra cavitatem navis continetur, erit in diverſis locis diverſum; at cum ipſa cavitas & figura

navis eadem maneat, erit ſpatii in eâ contenti eadem ſemper & invariata magnitudo, eadem illius figura, & ejus partes ſimiliter ſitæ, ad eaſdem navis partes, eandem ſemper habent poſitionem & diſtantiam, & proinde idem ſpatium relativum dici debet.

Sic etiam in hypotheſi terræ motæ, ſpatium quod intra parietes ædificii continetur, etſi abſolutum ſcil. ſpectando, ſemper mutatur, cum tamen eadem manet ædificii cavitas, eadem figura, & omnes ſpatii contenti partes ſimiles, ad eaſdem ædificii partes eundem ſemper conſervant ſitum, imo cum ad ſpatium aëris noſtri relativum, ſeu etiam ad omnes terræ partes, eandem ſemper obtinent poſitionem, ſpatium illud idem relativum dici poteſt.

Eodem modo & tempus diſtingui poteſt in abſolutum & relativum. Tempus abſolutum æquabiliter fluit, hoc eſt, nunquam tardius, nunquam velocius procedit, ſed abſque omni relatione ad corporis cujuſcunque motum, æquo ſemper labitur tenore. Tempus relativum ſeu apparens eſt ſenſibilis durationis cujuſvis per motum menſura; cum enim ipſius temporis fluxus æquabilis ſenſus non afficit, advocandus eſt in ſubſidium motus æquabilis, ut menſura aliqua ſenſibilis, quæ illius quantitatem determinet, cujus partes temporis partibus ſemper reſpondeant, & proportionales ſint. Motus autem ille uniformis, qui ad menſuram temporis adhibendus eſt, debet eſſe maxime notabilis, cunctis obvius, & in omnium ſenſus incurrens, qualis vulgo cenſetur apparens ille Solis & Lunæ, & reliquorum ſiderum revolutiones; per quas tempus partimur in horas, dies, menſes, & annos. Et ſicut ea tempora æqualia judicamus, quæ præterlabuntur dum mobile aliquod æquabili velocitate latum æqualia ſpatia percurrit, ſic æqualia etiam dicenda ſunt tempora, quæ fluunt dum Sol, vel Luna, revolutiones ſuas ad ſenſum æquales peragunt.

Verum cum, ut hactenus dictum eſt, temporis fluxus

accelerari aut retardari nequit, corpora autem omnia nunc incitatius nunc ſegnius moveri poſſunt, nec fortaſſe datur in rerum natura motus perfecte æquabilis, neceſſe eſt ut tempus abſolutum ſit aliquid à motu vere & realiter diſtinctum, nec illius natura magis à motu corporum quam ab eorundem quiete dependet. Ponamus enim cœlum & ſidera ab ipſo mundi exordio immobilia perſtitiſſe, at non ideo ſiſti potuit temporis curſus, ſed illius quieſcentis ſtatus duratio æqualis eſſet tempori quod jam movendo elapſum eſt. Præterea cum conſtat ex ſacra hiſtoria tempore *Joſuæ*, ſolem in eodem cœli viſibilis puncto, per aliquod tempus immotum manſiſſe, non tamen ideo tempus abſolutum perſtitit, & cum ſole rurſus progredi cœpit, ſed eodem quo prius celeri præterlabebatur curſu, quamvis omnia horologia ſciaterica eandem diei horam, per omne illud ſtationis tempus indicabant, & ſic quidem ſubſtitit tempus apparens ad ſolis nempe motum relatum, cum abſolutum interim uniformiter progrediebatur.

Sic etiam cum & hodie ſolis motus apparens uniformis non eſt, nec ejus revolutio diurna æquabilis erit, ut omnes agnoſcunt Aſtronomi, ſed aliquando celeriore, aliquando lentiore procedit gradu, ac proinde dies naturalis νυχθήμερον ſeu ſpatium temporis una revolutione diurna elapſum nunc minus nunc majus evadet; adeoque tempus apparens non eodem quo tempus abſolutum, progreditur tenore, unde ut ab illo diſtinguatur neceſſe eſt.

Cum tempus abſolutum ſit Quantum uniformiter extenſum & ſua natura ſimpliciſſimum, poteſt per magnitudines ſimpliciſſimas rite repræſentari, ſeu imaginationi noſtræ proponi; quales imprimis videntur eſſe rectæ lineæ, & circulares, quibuſcum & tempori quædam intercedunt analogiæ. Nam tam temporis, quam rectarum, & circularium linearum partes omnes ſunt ſibi ubique ſimiles & uniformes; & ſicut linea per mo-

tum seu fluxum puncti generatur, cujus quantitas ab unica pendet longitudine per motum determinata; sic etiam tempus quodammodo censeri potest instantis continuo labentis vestigium, cujus quantitas ab unica profluit velut in longum exporrecta successione, quam spatii percursi longitudo demonstrat; & proinde optime per fluxum puncti seu rectam lineam repræsentari potest, quod in sequentibus sæpius fiet.

Observandum autem nos per temporis vocem intelligere spatium illud temporis quo motus transfigitur, adeoque cum de rebus Physicis & motu agendum est, rite cum Aristotele definiri potest, *Mensura motus secundum prius & posterius*; non quidem absolutam temporis naturam spectando, sed connexionem illam quam motus cum eo habet, ut scil. nullum spatium à mobili in instanti percurri possit, sed successive & juxta fluxum temporis omnis motus peragatur, qui igitur cum temporis quantitate comparari potest & ab ejus fluxu mensurari.

LECTIO

LECTIO VII.

Definitiones.

I. MOTUS est continua & successiva loci mutatio.

II. Celeritas est affectio motus, quâ mobile datum spatium in dato tempore percurrit.

III. Quies autem est corporis cujusvis in eodem loco permanentia.

Hinc sequitur quietem, motum & celeritatem, secundum duplicem loci distinctionem, duplices esse, absolutos scil. & relativos.

IV. Motus absolutus est mutatio loci absoluti, & illius celeritas secundum spatium absolutum mensuratur.

V. Quies absoluta est permanentia corporis in eodem loco absoluto.

VI. Motus relativus est mutatio loci relativi, cujus celeritas secundum spatium relativum mensuratur.

VII. Quies vero relativa est permanentia corporis in eodem loco relativo.

Ex hisce sequitur, Primo, posse aliquem relative quiescere, qui tamen secundum spatium absolutum vere & absolute movetur; *v. g.* si aliquis in nave sedeat, cum eundem retinet locum relativum, eundem servat situm & distantiam ad reliquas navis partes, quæ tanquam quiescentes spectantur, ille relative quiescit; cum tamen interea eodem provehitur motu, eadem celeri-

 tate,

tate, & secundum eandem plagam, qua ipsa navis à ventis defertur; in quo casu, omnes navis partes eundem inter se situm servantes spectatori intra navem posito tanquam quiescentes apparebunt; è contra, dum ipsa navis movetur, spectatori in navi locato littora aliaque corpora extra navem circumjacentia moveri videbuntur, ea celeritate, at versus contrariam plagam qua ad ea revera accedit navis, vel ab iisdem recedit. Hujus apparentiæ ratio ex principiis Opticis facile ostenditur: ea enim corpora ut quiescentia videmus, quæ ad ipsum oculum easdem semper servant positiones & distantias; quæ autem moveri videmus corpora, ea distantias suas & positiones oculi respectu mutare deprehendimus; vel ut paulo altius rem deducamus;

Cum Optica nos doceat omne corpus, quod videtur, imaginem suam ope radiorum à visibili prodeuntium in ipso fundo oculi seu in retina depictam habere; sequitur, ut ea objecta moveri videantur, quorum imagines in retina moventur; hoc est, quæ diversas retinæ partes successive pertranseunt, dum quis oculum suum immotum supponit: at ea objecta tanquam quiescentia cernuntur, quorum imagines eandem semper occupant retinæ partem, cum scil. imaginum motus in oculi fundo non sentitur. Atque hinc est, quod in nave sedentes ipsius navis motum non percipiant; omnes quippe navis partes inter se relative quiescentes eandem positionem & distantiam quoad oculum servantes, imagines suas in iisdem retinæ partibus semper depictas habebunt; earum igitur motus non videbitur: at cum ad littora oculos vertat spectator, dum ipsa navis movetur, necesse est ut objectum quodlibet externum situm suum oculi respectu mutet, & proinde ejus imago alias atque alias retinæ partes successive occupabit; hoc est, objectum externum moveri videbitur. Ob eandem rationem, si terra circa solem vel suum axem moveatur, illius motus ab ipsius terræ incolis neutiquam

neutiquam percipietur, cum sc. ædificia & omnia in terra objecta visibilia iisdem semper terræ partibus insidentia, eandem semper inter se & oculum positionem servabunt; sin astra aliaque omnia corpora terræ non adhærentia adspiciantur, ea ob eandem causam, qua prius littora, moveri videbuntur; hoc est, si terra circa suum axem rotetur ab occidente in orientem, sol & reliqua sidera ab oriente in occidentem moveri conspicientur.

Sed terræ motu paulisper dimisso, ad exemplum navis redeamus; si navis secundum quamcunque directionem feratur *v. g.* versus orientem, & aliquis in prora sedens lapidem versus occidentem eadem velocitate projiciat, qua ipsa navis ad orientem progreditur; lapis in hoc casu spectatori intra navem moveri videbitur versus occidentem, & ejus velocitas relativa æqualis erit ipsius navis celeritati absolutæ; revera tamen lapis quiescit in spatio absoluto, abstrahendo à terræ motu & eo omni qui ex gravitate oriri potest. Et si ponamus aliquem extra navem in aëre pendulum, ille lapidem quiescentem spectabit; cum vero gravis sit lapis, videbit illum perpendiculariter tantum deorsum motum, nec magis versus ortum quam occasum tendentem; vis enim à projiciente in lapidem impressa nihil aliud agit, quam destruit æqualem vim motûs, quæ à navi versus contrariam plagam ipsi communicabatur; moto enim quolibet corpore vel spatio, etiam omnia corpora vel corporum particulæ intra illud relative quiescentia, eâdem celeritate & secundum eandem plagam moventur.

At objiciat aliquis, lapidem è manu projicientis emissum in ipsam puppim impingere, eique ictum imprimere, adeoque cum lapis in ipsam puppim irruit, non potest non moveri; respondeo, verum quidem esse eos, qui intra navem versantur, lapidem in puppim irruentem eamque percutientem conspicere; at si ponatur aliquis extra navem in aëre pendulus; ille non lapidem versus puppim, sed puppim in lapidem impingentem

gentem videbit, & ictus magnitudo, qui in utrovis corpore recipitur, eadem omnino erit ac si navis quiesceret, & lapis revera versus puppim impelleretur, eâdem celeritate, qua puppis ad lapidem accedebat. Si enim duo sint corpora A & B utcunque æqualia vel inæqualia; eadem erit percussionis vis, sive B cum data celeritate in corpus A quiescens impingat, vel si quiescat B, & A eâdem celeritate in ipsum irruit, vel si utrumque corpus versus eandem plagam moveretur, & subsequens A celerius motum in ipsum B impingeret; eadem erit quantitas ictus, ac si B omnino quiesceret & A solum latum esset, differentia celeritatum, qua scil. ipsius celeritas celeritatem corporis B superabat; vel denique, si tam A quam B versus contrarias partes ferantur, ictus magnitudo eadem fiet, ac si unum quiesceret, & alterum motum esset cum ea celeritate, quæ sit summæ priorum velocitatum æqualis. Verbo dicam, eâdem semper manente velocitate relativa corporum, quâ ad se invicem accedunt, eadem quoque erit percussionis quantitas, quomodocunque veræ velocitates partitæ sint, ut in sequentibus demonstrabitur. Sed rursus ad navem redeamus.

Si vis, qua lapis à projiciente emittitur, minor sit eâ quæ ex navis motu in hoc casu recipitur, lapis ipse revera in eandem, qua ipsa navis, plagam motu scil. absoluto deferetur; hoc est, à spectatore, quem extra navem in aëre consistentem posuimus, versus orientem moveri videbitur, ea celeritate, qua celeritas navis celeritatem motus ab impellentis dextra impressi superabat; at in ipsa navi sedentibus lapis versus occasum moveri apparebit, eâdem prorsus celeritate, quam à projicientis manu accepit, qua etiam in puppim impingere videbitur.

Sed si quis in puppi sedens lapidem versus proram projiciat,

projiciat, verus & abſolutus illius motus erit verſus proram ſeu orientem, & à ſpectatore noſtro extra navem poſito ea celeritate ferri conſpicietur, quæ æqualis ſit ſummæ duarum celeritatum, illius ſcil. quam à projiciente accepit, & illius quæ per motum navis ipſi communicabatur.

Hæc omnia hypotheſi terræ motæ poſſunt applicari. Si enim terra ſolummodo circa axem ſuum revolvatur ab occidente verſus orientem, & lapis vel globus è tormento projiciatur ad occidentem ea celeritate, qua terra circa axem vertitur; impetus, quem globus ex tormento recipit, contrarium impetum, qui ex terra illi imprimebatur, deſtruet; adeoque in ſpatio abſoluto quieſceret globus, ſecluſo motu ex gravitate orto. Nihilominus qui in terræ ſuperficie degunt & una cum ea revolvuntur, lapidem vel globum verſus occaſum celeriter ferri conſpicient, & ſi murus aliquis ejus motui apparenti objiciatur, globum vi eâdem murum ferientem videbunt, ac ſi murus revera quieſceret, & globus contra illum ea celeritate impingeret, quam in eo caſu ab exploſione reciperet; nam eadem, ut dictum eſt, erit ictus quantitas, ſive globus cum determinata celeritate in murum quieſcentem projiciatur, ſive murus in globum quieſcentem eâdem celeritate irruat.

Si minor ſit vis, quæ in globum per bombardæ exploſionem imprimitur, eâ quæ per diurnum motum terræ illi communicatur, globus revera verſus orientem feretur, at quia ejus velocitas minor eſt ea, qua nos verſus orientem revolvimur, globus à nobis ad occidentem tendere conſpicietur; & obſtaculum quodcunque ejus motui apparenti oppoſitum ea vi ferire videbitur, ac ſi revera obſtaculum in eodem ſpatio abſoluto permanſiſſet, & globus in ipſum ea vi, quam à bombarda accepit, impegiſſet. Si deinceps globus verſus orientem explodatur, motus ejus abſolutus erit in orientem, & ejus velocitas in tantum ſuperabit velocitatem, qua ipſa tellus fertur, quanta eſt ea quæ globo

per

per bombardam imprimitur, adeoque eâ solâ velocitatis differentiâ in obstaculum quodcunque irruit, & illud percutiet.

Verum universaliter, corporum in dato spatio inclusorum idem erunt motus inter se, idem congressus, eadem percussionis vis, sive spatium illud quiescat, sive moveatur uniformiter in directum.

Motu, quiete, celeritate tam absolutis, quam relativis prolixe satis explicatis, ad alios terminos definiendos accedo.

VIII. Spatium percursum est via illa quæ à corpore, motu ipsius peragratur.

IX. Illius longitudo est recta illa quæ à centro corporis moti describitur.

X. Directio motus est recta quà tendit mobile.

XI. Motus æquabilis fit quando mobile eadem semper celeritate omnes longitudinis seu spatii percursi partes describit.

XII. Motus acceleratus est cujus velocitas continuo crescit.

XIII. Motus retardatus est cujus velocitas continuo minuitur.

XIV. Motus æquabiliter acceleratus est, cui temporibus semper æqualibus æqualia accedunt velocitatis incrementa.

XV. Motus æquabiliter retardatus est, cujus velocitas temporibus æqualibus ad quietem usque æqualiter decrescit.

XVI. Momentum (quod & quantitas motus, sæpe etiam simpliciter motus dici solet) est potentia seu vis illa corporibus motis insita, quâ è locis suis continuo tendunt.

XVII. Impedimentum vero est quod motui obstat

ſtat vel reſiſtit atque illum deſtruit vel ſaltem minuit.

XVIII. Vis motrix eſt potentia agentis ad motum efficiendum.

XIX. Vis impreſſa eſt actio in corpus exercita ad ejus ſtatum vel motus vel quietis mutandum.

Si corpus A quieſcat & movendum ſit cum data celeritate, vis illa quæ ipſi imprimitur, quaque accepta cum data velocitate moveri incipit, dicitur vis impreſſa; in quo caſu à vi motrici non niſi in concipiendi modo differt, eadem enim vis quatenus ab agente procedit, dicitur vis motrix, & quatenus à patiente recipitur, dicitur vis impreſſa, ſic etiam, ſi corpus B moveatur, quædam determinata requiritur vis ad illius motum minuendum, & quædam etiam determinata vis neceſſario habenda eſt ad illius motum omnino ſiſtendum; quæ cum in corpus B exercetur, vis impreſſa dicitur.

Non ignoro quoſdam Philoſophos quantitatem motus ab illius celeritate non diſtinguere; ea quippe corpora æquales motus habere dicunt, quæ æquali celeritate moventur, ſive ipſa corpora æqualia ſive inæqualia exiſtant, ſive unum ſit exiguum admodum, alterum vero utcunque magnum, modo eâdem velocitate utrumque corpus latum ſit, in utroque ſemper eandem motus quantitatem permanere volunt. At non ratio ſolum, verum & experientia docet motum non modo augeri in ratione velocitatis, ſed & etiam in ratione molis ſeu magnitudinis, poſitis corporibus homogeneis ſeu ejuſdem ſpeciei; *v. g.* ſint duo corpora A & B, quorum A majus corpus, & B minus, & momentum ſeu quantitas motus ipſius A non tantum majus erit momento ipſius B, ſi A velocius feratur ipſo B; verum ſi utrumque

æquali

æquali celeritate feratur, erit vis seu energia, qua corpus majus A fertur, major ea quam habet corpus B ad suum locum mutandum; quia scil. vis contraria obstaculi vel impedimenti major requiritur ad sistendum motum majoris corporis A, quam ea quæ necessaria est ad motum corporis minoris B tollendum; quippe, si sit corpus A centrum librarum, pondus vero ipsius B unius libræ, & si æqualis sit in utroque corpore celeritas, vis quam corpus A exercet quaque obstaculum quodvis removere conabitur (& proinde vis impedimenti renitentis & motum illius destruentis multo major erit vi motûs corporis B,) qua scil. impedimentum removere nititur, & illius impedimenti vis, quæ necessario requiritur ad motum ipsius B destruendum, minor erit vi impedimenti quæ sufficiens erit ad motum mobilis A auferendum. Verum in sequentibus theoremata dabimus, quibus motûs quantitas æstimari & ejus mensura determinari potest.

XX. Vires motrices æquales sunt quæ similiter agentes æquales motuum quantitates in dato tempore producunt.

XXI. Vires contrariæ sunt quarum lineæ directionis sunt contrariæ.

XXII. Gravitas est vis ferens deorsum, qua corpora rectà ad terram tendunt.

XXIII. Vis centripeta est vis illa, qua corpus ad punctum aliquod tanquam centrum continuo urgetur, atque hinc sequitur gravitatem esse vim quandam centripetam.

XXIV. Per vim centrifugam autem intelligimus vim qua corpus aliquod continuo urgetur ut à centro recedat.

Vires autem hæ semper æstimantur per vires contrarias, quæ corpora in eodem statu retinere possunt; sic

si

ſi corpus aliquod filo alligatum circa centrum immobile revolvatur, vis, qua à centro recedere conatur, eſt vis centrifuga; actio autem fili renitentis & corpus verſus centrum continuo retrahentis, qua fit ut corpus in eodem ſemper circulo retineatur, erit tanquam vis centripeta vi centrifugæ æqualis, adeoque harum virium una per alteram rite æſtimari poteſt. Sic etiam vis gravitatis alicujus corporis innoteſcit per vim ipſi contrariam & æqualem qua ipſius deſcenſus impediri poteſt. Poteſt autem vis illa vel eſſe alterius corporis pondus (per mechanicum aliqnod inſtrumentum *e. g.* libram) contrarie agentis, vel vis centrifuga quæ orietur, ſi corpus illud cum certa quadam & determinata velocitate in circulo circa centrum terræ revolvatur, vel denique poteſt eſſe alterius corporis firmitudo & reſiſtentia ſupra quod pondus premens incumbit.

XXV. Quantitas acceleratrix cujuſvis vis, eſt menſura velocitatis quam in dato tempore vis illa generat.

In eâdem à terra diſtantia corpora omnia utcunque inæqualium ponderum æquivelociter deſcendunt, & pro inde æquales ſunt ipſorum vires acceleratrices; in diſtantiis autem inæqualibus inæqualiter, in majori ſcil. minus, in minore magis accelerantur.

LECTIO

LECTIO VIII.

FINITIS definitionibus, ad res minus claras, vel terminos minus usitatos explicandos inservientibus, ad axiomata physica accedimus. Cum autem philosophiæ naturalis objectum sint corpora corporumque in se invicem actiones, quæ non tam facile & distincte concipiuntur, quam simplices illæ magnitudinum species de quibus tractat Geometria; nollem ut quisquam in materia physica, tam rigidæ demonstrandi methodo insistat, ut principia demonstrationum, hoc est, axiomata adeo clara & per se evidentia postulet, ac illa sunt quæ in Geometriæ elementis traduntur; talia quidem dari, rei natura non permittit. Verum sufficiat si ea adhibeantur, quæ rationi & experientiæ congrua esse deprehendimus, quorum veritas primo quasi intuitu elucet, quæ sibi ipsis fidem apud non obstinatos conciliant, & quibus assensum suum nemo denegabit, nisi se omnino Scepticum profiteatur.

Verum etiam in demonstrationibus, laxiore aliquando argumentationis genere utendum est, & propositiones adhibendæ sunt non absolute veræ, sed ad veritatem quam proxime accedentes. *e. g.* cum demonstratur omnes ejusdem Penduli vibrationes in arcubus circuli minoribus factas, æquidiuturnas fore. Supponitur arcum circuli parvum ipsiusque chordam esse declivitatis & longitudinis ejusdem, quod tamen, si rigidam veritatem spectemus, admittendum non est; at in physica, hæc hypothesis tantillum à vero abludit, ut differentia merito sit negligenda, & discrepantia vibrationum quæ ex illa differentia oritur omnino insensibilis evadit, uti experientia testatur. Sic etiam insignis Philosophus & Geometra *D. Gregorius* in *Elementis Catoptricis & Dioptricis* laxiorem Geometriam adhibet, lineas & angulos

angulos tanquam æquales assumendo, qui revera inæquales ad æqualitatem quam proxime accedunt. Atque sic pulcherrima solvit problemata physica quæ alias intricatissima futura sunt. Sed etiam ipsi *Newtono* aliquando arridet hæc methodus; ut videre est *in Prop.* 3. *lib*.2. *Philosophiæ naturalis princip. Math.*

Si qui vero sint qui contra istiusmodi principia & demonstrationes pertinacem obfirmant animum & propositionibus satis manifestis se expugnari non patiuntur, hos ut supinâ suâ ignorantiâ gaudeant relinquimus, nec dignos esse qui ad veram physicam admittantur censemus.

Axiomata.

I. Non entis aut nihili nullæ sunt proprietates aut affectiones.

II. Nullum Corpus potest naturaliter in nihilum abire.

III. Omnis mutatio corpori naturali inducta ab agente externo procedit; corpus enim omne est iners materiæ moles, & nullam sibi ipsi mutationem inducere valet.

IV. Effectus sunt causis suis adæquatis proportionales.

V. Causæ rerum naturalium eæ sunt, quæ simplicissimæ sunt, & phænomenis explicandis sufficiunt: nam natura methodo simplicissimâ & maxime expeditâ semper progreditur; hisce enim operandi modis se melius prodit Sapientia Divina.

VI. Effectuum naturalium ejusdem generis eædem sunt causæ; ut descensus lapidis & ligni ab eâdem causâ procedit; eadem quoque est causa lucis & caloris in sole & in igne culinari;

culinari; reflexionis lucis in terra & planetis.

VII. Quæ duæ res ita inter se connexæ sunt, ut sese perpetuo comitentur, & quarum unâ mutatâ vel sublatâ, altera quoque similiter mutetur vel tollatur, vel harum una alterius causa est, vel utraque ab eadem causa communi provenit.

Sic si sit Acus magnetica circa axem versatilis, cui magnes admoveatur & circa eandem revolvatur; acus etiam continuo eodem tenore movebitur, & si sistatur magnetis motus, subsistet quoque ipsius acûs circulatio, & rursus cum ipso magnete revolvi incipiet; unde nemo dubitat quin acûs vertigo ab ipsius magnetis motu dependeat. Sic etiam cum fluxus & refluxus maris in eodem loco semper fiat, scil. cum Luna ad eundem circulum horarium pervenerit & ejus motum continuo comitetur; periodus nempe æstuum periodo motuum lunarium ita præcise respondet, ut nulla à tot seculis notata sit aberratio; retardatur enim minutis 48. in singulos dies, & in syzygiis Lunæ cum Sole semper fit æstus maximus, in quadraturis minimus; unde agnoscendum est maris fluxum à motu lunæ & ipsius situ respectu solis pendere.

VIII. Moto corpore quovis secundum quamcunque plagam, omnes ejusdem particulæ, quæ in ipso relative quiescunt, eadem velocitate simul secundum eandem plagam progrediuntur; hoc est, moto loco relativo movebitur quoque locatum.

IX. Æquales materiæ quantitates eâdem velocitate latæ æqualia habebunt momenta seu motuum quantitates.

Nam

Nam momentum cujusque corporis est summa momentorum omnium particularum corpus illud componentium, & proinde ubi æquales sunt particularum magnitudines & numeri, æqualia erunt momenta.

X. Vires æquales & contrariæ in idem corpus agentes, mutuum effectum tollunt.

XI. Ab inæqualibus autem & contrariis viribus producitur motus æquipollens excessui præpollentis.

XII. Motus à viribus conspirantibus, hoc est, secundum eandem directionem agentibus productus æquipollet earundem summæ.

XIII. Æquipollens si vel augeatur vel contrarium minuatur fit præpollens.

Qui mechanice Philosophari volunt duo sequentia adhibent Effata.

XIV. Omnis materia est ejusdem ubique naturæ & eadem habet essentialia attributa, sive in cœlis sit, sive in terris, sive appareat sub forma corporis fluidi, sive duri aut alterius cujusvis; hoc est, materia cujusvis corporis *e. g.* ligni a materia alterius cujusvis non essentialiter differt.

XV. Diversæ autem corporum formæ non sunt nisi diversæ modificationes ejusdem materiæ; & à variâ particularium corpora componentium magnitudine, figura, textura, positione & cæteris modis pendent.

XVI. Sic etiam qualitates seu actiones vel potentiæ quorundam corporum in alia corpora oriuntur solum ex prioribus affectionibus & motu conjunctim.

Ponunt autem Philoſophi materiam eſſe omnium formarum & qualitatum commune ſubſtratum, quæ ad omnes ſe indifferenter habet, cum ſit omnium capax, & eadem ſemper manet ſub quibuſcunque appareat formis, unde & à Peripateticis materia prima nuncupatur.

Quamvis vero formæ & qualitates ipſi materiæ ſunt prorſus accidentales, ad corpus tamen, quod ex forma & materia ſimul junctis coaleſcit, neceſſario & eſſentialiter pertinent; *v.g.* quamvis materia ligni prorſus ſit differens ad hanc vel illam formam ſeu particularum figuram & texturam, quibus infinitis modis variatis eadem ſemper manet, non támen poteſt lignum ſubſiſtere ſine determinata illa particularum modificatione, quæ formam lignei corporis conſtituit, qua ſublata perit lignum, & eadem materia in alterius generis corpus tranſit. Quod autem in particularum modificatione forma corporis lignei conſiſtit, patet ubi lignum igni immittitur, & materia formâ illâ privatur; nam per vim ignis diſſolvitur particularum nexus & textura, & harum pars quædam in fumum & vapores tranſit, altera in cineres reducitur.

Multa à Philoſophis proferuntur exempla, ut oſtendant varias particularum ejuſdem materiæ magnitudines, figuras & texturas, varias producere corporum formas, & ex variis etiam ipſarum motu & poſitione, varias oriri qualitates; quorum aliqua hic adducemus.

Primo, cum per calorem ſolis aquæ particulæ rarefiant, ex mari ad ſupremum fere aëra ſub forma vaporum evehuntur, at recens hæc forma non aliunde provenit quam ex partium mutato ſitu; per rarefactionem autem fit, ut aqueæ particulæ plura & patentiora forte contineant in ſe ſpatiola, vel omnino vacua, vel puriſſimo tantum æthere repleta, unde harum materia majus occupans ſpatium, quam æqualis materiæ aëriæ quantitas, aëre redditur minus intenſive gravis, & proinde ſurſum trudetur, eodem modo quo ſuber ſub aqua demerſum: nec unquam conſiſtunt vapores donec ad aërem

rem ejusdem gravitatis perveniunt, ubi relativè quiescunt, & nubes mille figuras induentes componunt.

Mox ubi per ventorum cursum aër, minus gravis redditur, vapores eandem retinentes gravitatem necessario subsident, & in casu suo per aëris resistentiam condensati, & in minus spatium coacti formam priorem amittunt, & in terram cadentes pluviæ speciem recipiunt.

Multo maxima hujus pars per fluvios ad mare deducitur, iterum in vapores abitura; pars vero aliqua terræ se immiscet, & ibi deposita arborum herbarumque radices & semina ingreditur, è quibus in alias plane & novas corporum species assurgit. Et eadem quidem pluvialis aqua diversa corpora componit, prout diversa ingreditur rerum semina; quædam scil. transit in plantagines, quædam in gramina, aliqua in flores, aliqua in quercus, ornos, fagos, & alias quamplurimas arborum & plantarum species.

Nec in eâdem planta omnino similaris manet eadem pluvia, cum plantæ omnes ex innumeris heterogeneis constent partibus; sic in lino *e. g.* alia est forma radicis, alia caulis, alia tenuinum fibrarum, alia florum, alia seminis, alia capsularum semen continentium.

Varia quoque est in eodem lino vasorum structura, (non aliter enim ac in corpore animato, quælibet planta sua habet vasa humorum circulationi inservientia) sed & diversis omnino gaudent hæ partes proprietatibus; caulis *e. g.* est corpus lignosum & post exsiccationem valde friabile, dum cortex seu membranula caulem operiens ex oblongis tenuissimis & plicabilibus constat fibris varie inter se connexis.

Hanc membranam à caule sua separant linifices, & postquam mille tractaverunt modis, fibras ejus in oblonga contorquent fila; mutataque particularum positione & situ, aliam sane & longe diversam subeunt fibrillæ formam ab ea, quam in viridi habebant planta.

Mox in se convoluta fila, iisdem manentibus particu-

lis ipſorum minimis, glomorum ſpecies præbent. Fila hæc varie inter ſe connectunt & texunt linteones, & arte ſuâ telas ex illis componunt, quæ veſtimenta hominibus præbent. Hæc denique in linteola redacta aquæ immittuntur & malleis ligneis in mollem quaſi pulpam rediguntur, quæ tandem, exſiccato humore aqueo in formam papyri tranſmutatur, quæ ſi igni immittatur partim in tenuiſſimum pulverem, partim in fumum evaneſcit.

At hæ omnes tam multifariæ ſub quibus eadem materia apparet formæ, non niſi ex particularum mutata figura, magnitudine & textura proveniunt, & ab his ſolummodo pendent.

Sic ſi metalla liquantur, ignis vi, partium cohærentia diſſolvitur, & particulæ metallicæ à ſe invicem ſeparatæ rapidiſſimo cientur motu, quo fit ut formam corporis fluidi induant.

Hinc etiam (ut videtur) oritur illa ſalium & metallorum in menſtruis diſſolutio; per fermentationem enim ſeparantur partes à ſe invicem, & in minima reſolutæ ipſius fluidi agitantur motu, unde tanquam corpora fluida apparebunt. Ex hiſce corporum, ipſorumque partium figuris & reliquis modificationibus plurimi oriuntur effectus, plurimæ qualitates ſingulis corporum generibus propriæ, quas perire neceſſe eſt, ſi partium conſtitutio mutetur. Sic ex eadem materia *v. g.* ferro formantur claves, cultri, limæ, ſerræ, & alia innumera inſtrumenta ad varios uſus accommodata, quorum qualitates & effectus ex ſolis pendent eorundem figuris; unde enim clavi potentia ſua ad oſtium reſerandum, niſi ab ipſius figura, magnitudine, & partium congruitate cum partibus ſeræ cui immittitur? unde cuneis & cultris potentia ad corpora findenda? nonne hanc ex ſola ipſarum figura provenire demonſtratum eſt à Mechanicæ ſcriptoribus? unde fiunt motus in automatis tam regulares, niſi ex rotis inter ſe diſpoſitis, ſibi invicem adaptatis, & commiſſis; unde denique fit, ut per machinas artificiales

tanti

tanti effectus producantur? certè ratio non aliunde quam ab ipsarum fabrica petenda est.

Nec minus partium suarum constitutioni & modificationi debent corpora naturalia, quam artificialia, omnes enim ipsorum operationes non nisi ex motu, situ, ordine, figura, & positione corpusculorum proveniunt, quibus in quovis corpore mutatis, mutantur etiam eo ipso istius corporis qualitates.

Si corporis superficies sit scabra & aspera, lucem in ipsam incidentem undequaque reflectit, propterea quod partes superficiales lucem excipientes & remittentes non omnes in una atque eadem superficie regulari, sed infinitis fere iisque diversis locantur planis; unde lucem in varia hæc plana incidentem unique etiam reflecti necesse est. Hinc glacies, quæ cum integra & polita sit nullius fere est coloris, in partes tamen contusa, seu asperam & angulosam habens superficiem, alba apparet, scil. cum lumen copiose & in omnes partes reflectit. Eadem quoque est ratio albescentis aquæ cum in spumam vertitur.

Ea autem est plerorumque corporum visibilium structura, ut eorum superficies partem radiorum in se incidentem suffocare, partem remittere possint; si superficies ita sint comparatæ, ut omnia radiorum genera æqualiter reflectant vel æqualiter suffocant, erit illorum color vel albus, vel niger, vel subfuscus, inter album & nigrum medius; nam color albus non aliter differt à nigro, quam quod alba corpora plurimos reflectant omne genus radios, nigra autem paucissimos. Hoc patet ex umbra corporis opaci, quæ sole lucente in parietem album projicitur; pars enim in qua umbra versatur cum multo pauciores quam reliquæ omnes excipiat radios, multo pauciores quoque reflectit, adeoque reliquarum respectu nigra apparet. At si partes illæ reliquæ non plures reciperent radios, quam ea ubi umbra projicitur, tunc ubique idem foret color, nempe albus.

Si talis sit superficiei textura, ut aliquod radiorum

genus copiosius, & reliqua omnia parcius, reflectat, superficiei color ad eum accedet qui ex radiis magis copiose reflexis oritur; hoc exinde demonstrari potest, quod ejusdem objecti varius erit color, prout varia excipit radiorum genera reliqua interceptis, ut primus invenit Sagacissimus *Newtonus*. Sic si per trigonum vitreum radii rubri (sic enim vocitare licet colorem rubrum producentes) in objectum cæruleum projiciantur, objectum suum mutabit colorem, & rubrum induet, sin flavos tantum excipiat radios, tunc ejus color in flavedinem vertetur, si cærulei incidant radii, cæruleus apparebit, & color ille cæteris omnibus coloribus vividior erit, eo quod horum radiorum multo plures reflectit, & pauciores suffocat quam reliquorum.

Si superficies corporis sit exacte polita, hoc est, nulla asperitate & scabritie impedita; & radios satis confertos reflectat, hæc radios ab objecto quovis prodeuntes, & in ipsam incidentes ita reflectet, ut objecti illius imaginem conspiciendam præbeat. Et ob eam causam corpora istiusmodi superficies habentia *Specula* vocantur. Si speculum sit planum, imago erit objecto æqualis, & pone speculum invenietur, ad distantiam æqualem ei quam habet radians ante ipsum; si superficies sit concava sphærica, & objectum radians magis distet ab ipso quam ¼ diametri sphæræ, imago in aëre pendula inter radians & speculum apparebit, & ipso quidem objecto minor erit; si radians in centro locetur ibi quoque erit ejus imago ipsi æqualis; si ultra centrum versus speculum progreditur radians, ita scil. ut major sit ipsius distantia ab eo quam ¼ diametri, imago à speculo ultra centrum transcurret, & radiante major erit: cum autem radians ad distantiam æqualem ¼ diametri pervenerit, tum imaginis distantia infinita evadit; si autem tantillo propius ad speculum accedat, imago erit pone speculum ipso radiante major. Omnia hæc tam diversa phænomena ex sola mutata distantia proveniunt, cæteris omnibus in eodem statu manentibus.

Videamus

Videamus jam varios illos & prorſus contrarios effectus, qui ex ſolo mutato ſitu ſeu poſitione oriuntur, aliis rebus omnibus in eodem ſtatu exiſtentibus, præter ea quæ ex mutatione ſitus dependent.

Omnes jam agnoſcunt Philoſophi Solem in centro hujus Syſtematis quieſcere, terram autem, reliquorum planetarum inſtar, circa ipſum ſpatio annuo deferri; ita autem Terra circa Solem movetur, ut axis ejus non ad orbitæ ſuæ planum normalis,ſed ad ipſum inclinatus angulo $66\frac{1}{2}$ *gr.* ſibi ſemper parallelus maneat. Et propter hunc parallelisſmum & inclinationem, neceſſe eſt, ut Terra aliquando unum ipſius polum Soli obvertat, aliquando alterum, & proinde Terræ partes omnes varios ſubibunt ad Solem ſitus. Ex hac ſitus mutatione dependent omnes illæ tempeſtatum viciſſitudines quæ ſingulis annis obveniunt, ſcil. æſtas, hyems, ver & autumnus; ſi enim axis Terræ ad planum ſuæ orbitæ normalis eſſet, tunc nullæ forent temporum mutationes, nullæ dierum & noctium differentiæ,ſed quælibet Terræ pars radiorum Solarium æquales vires eodem ſemper exciperet modo.

Cum autem ſingulæ Terræ partes Solis reſpectu ſitum ſuum continuo mutent, & ejuſdem radios nunc magis obliquos, nunc minus, nunc breviore nunc diuturniore tempore excipiant, diverſæ & prorſus contrariæ exinde oriuntur phaſes. Autumno ſcil. exareſcunt ſegetes, & fructus matureſcunt, paulatim tamen viridem & amœnam faciem deponunt campi,& decidunt arboribus folia. Mox ingruente hyeme frigent & horrent omnia, nix tegit alta montes, cujus onere depreſſæ laborant ſilvæ, imo quod mirum eſt, ipſæ maris aquæ ſtabiles & firmæ redduntur, quodque prius fuit navibus tantum penetrabile, nunc exercitus & caſtra gerit.

Terrâ autem orbem ſuum continuo percurrente,quælibet ejus pars Solis reſpectu ſitum mutat, & quæ prius averſa, nunc Solem reſpicere incipit; quod dum fit, diffugiunt nives, redeunt gramina campis, & ſua arbori-

bus folia, nec ſtabulis jam gaudet equus, nec arator igne, ſed nova prorſus & læta apparet rerum facies, & annus per æſtatem ad autumum revertitur.

Cum jam tot diverſi, tot contrarii eveniunt effectus ex ſola ſitus mutatione, & tam varia ex hac conſequantur phænomena, cæteris omnibus cauſis iiſdem manentibus, certe ex poſitione, diſtantia, magnitudine, figura, & ſtructura partium corpora componentium, ex effluviorum motu, & ſubtilitate, ex corporum congruitate, & eorum ad alia corpora reſpectu, ex hiſce inquam omnibus varie & infinitis fere modis junctis & ſimul combinatis, infinitæ propemodum diverſæ provenire poſſunt corporum formæ, affectiones, & in ſe invicem operationes, nec quicquam in natura conſpiciendum eſt, quod ex hiſce non pendet. Si enim hæc mutentur, mutabuntur ſimul corporum formæ, qualitates & operationes. *e. g.* Conſtat attractiones & directiones magneticas ex partium ſtructura oriri, nam ſi ictu ſatis valido magnes percutiatur, quo partium internarum poſitio mutetur, mutabitur etiam eo ipſo magnetis polus. Et ſi igni immittatur magnes, quo interna partium ſtructura mutetur vel prorſus deſtruatur, tunc amittit omnem priorem virtutem, & ab aliis vix differt lapidibus.

Etiamſi autem generaliter oſtenſum ſit operationes magneticas ab interna partium conſtitutione quodammodo provenire, modus tamen operandi, ex mechanicis & intellectu facillimis principiis deductus, non adhuc inventus eſt. Quodque nonnulli de effluviis, materia ſubtili, particulis poris magnetis adaptatis, *&c.* generaliter prædicant, minime nos ad claram & diſtinctam harum operationum explicationem deducit: ſed omnibus hiſce non obſtantibus virtutes magneticæ inter occultas qualitates reponendæ ſunt.

Ex dictis ſequitur, qualitates corporum quæ à formis non pendent, quæque eâdem manente materiæ quantitate intendi & remitti nequeunt, ſed omnibus inſunt corporum generibus, in quibus experimenta inſtituere liceat,

ceat, esse qualitates omnium corporum universales. Cum enim ex forma seu modificationibus corporum non proveniant, oportet ut ab ipsa dependeant materia; sed cum omnis materiæ eadem sit natura, & pars ipsius quævis ab alia non nisi per modos differat, erunt qualitates ex hisce modis non productæ in omni materia eædem.

LECTIO

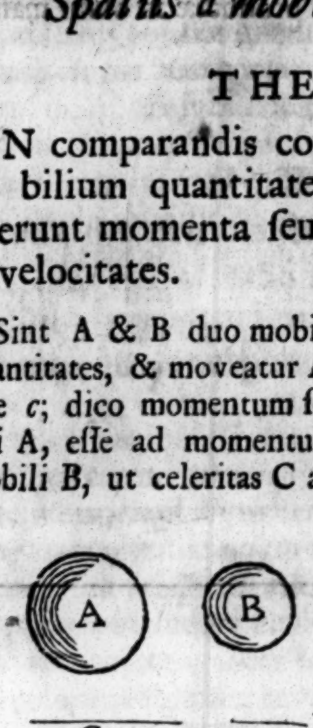
LECTIO IX.

Theoremata de Motus Quantitate & Spatiis à mobilibus percursis.

THEOR. I.

IN comparandis corporum motibus, si mobilium quantitates materiæ æquales sint, erunt momenta seu motuum quantitates, ut velocitates.

Sint A & B duo mobilia æquales habentia materiæ quantitates, & moveatur A celeritate C, B vero celeritate *c*; dico momentum seu quantitatem motûs in mobili A, esse ad momentum seu quantitatem motûs in mobili B, ut celeritas C ad celeritatem *c*: si enim vis aliqua imprimenda sit corpori A, ad illud movendum cum data velocitate C, dupla habenda est vis ad movendum corpus B cum dupla velocitate, & tripla adhibenda est vis ad illud movendum cum tripla velocitate, & dimidia tantum vis necessaria est ad movendum B cum dimidia velocitate, & sic de cæteris multiplicibus vel sub-multiplicibus; *i. e.* cum (per axioma quartum) effectus sint causis suis adæquatis proportionales, si vis, quæ adhibetur ad corpus B movendum, sit dupla istius quæ applicatur ad A movendum, erit quoque illius momentum hujus momenti duplum; si tripla habenda est vis, erit quoque motus corporis B motûs ipsius A triplus; si dimidia tantum vis corpori B imprimatur, erit ejus momentum dimidium momenti ipsius A:



hoc

hoc eſt, cum velocitas corporis A ſit univerſaliter ad velocitatem ipſius B, ut vis impreſſa corpori A, ad vim ipſi B impreſſam, & ut vis impreſſa mobili A ad vim impreſſam corpori B, ita momentum ſeu quantitas motûs in A, ad momentum ſeu quantitatem motûs in B, erit velocitas mobilis A ad velocitatem mobilis B ut motus ipſius A ad motum mobilis B. Q. E. D.

Cor. Si momenta ſint ut velocitates, erunt quantitates materiæ in corporibus motis æquales.

THEOR. II.

In comparatis motibus, ſi celeritates ſint æquales, erunt corporum momenta ſeu motuum quantitates, ut quantitates materiæ in iiſdem, vel ſi mobilia ſint homogenea, ut ipſorum magnitudines.

Sint duo mobilia A & B, quorum utrumque fertur eadem celeritate C; dico momentum corporis A, eſſe ad momentum corporis B, ut quantitas materiæ ipſius A ad quantitatem materiæ ipſius B. Si enim materiæ quantitas in A dupla ſit iſtius quæ eſt in B, dividi poteſt A in duas partes, quarum utralibet tantum habebit materiæ, ac proinde per axioma 9, tantum motus, quantum habet B; cum ſcil. eadem velocitate utrumque corpus feratur; adeoque erit momentum corporis A momenti corporis B duplum.

Si materiæ quantitas in A tripla ſit ejus quæ eſt in B, dividi poteſt A in tres partes, quarum unaquæque habebit motus quantitatem, æqualem ei quæ eſt in B, & univerſaliter, quamcunque proportionem habet materia in A, ad materiam in B, eandem habebit rationem momen-

tum

tum ipsius A, ad momentum ipsius B, si modo eadem velocitate utrumque corpus latum fuerit.

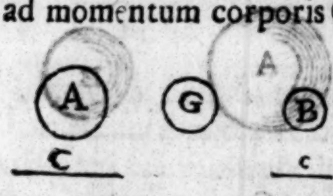
Si corpora homogenea sint, erunt quantitates materiæ, ut ipsorum magnitudines seu moles, ac proinde ipsorum motus erunt etiam in eadem magnitudinum ratione.

Cor. Si momenta sint ut quantitates materiæ, erunt celeritates corporum æquales.

THEOR. III.

In comparatis motibus quorumcunque corporum, momentorum ratio componitur ex rationibus quantitatum materiæ & celeritatum.

Sint duo mobilia quæcunque A & B, & moveatur A celeritate C, B vero celeritate *c*; dico momentum ipsius A esse ad momentum ipsius B, in ratione composita ex ratione quantitatis materiæ in A, ad quantitatem materiæ in B, & ratione celeritatis corporis A, ad celeritatem corporis B. Ponatur corpus tertium G, quod materiam habet æqualem ei quæ est in A, sed moveatur celeritate corporis B. Constat ex Elementis rationem momenti corporis A, ad momentum corporis B, compositam esse ex ratione momenti corporis A, ad momentum corporis G, & ratione momenti corporis G ad momentum corporis B;

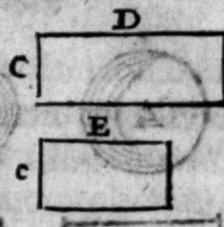


sed [per Theor. 1.] momentum corporis A, est ad momentum corporis G, ut celeritas C est ad celeritatem *c*, & cum G & B eadem celeritate feruntur, momentum corporis G erit ad momentum corporis B, ut materiæ quantitas in G vel A ad quantitatem materiæ in B. Ideoque erit quoque momentum corporis A, ad momentum corporis B, in ratione composita celeritatis C ad celeritatem *c*, & quantitatis materiæ in A vel G ad quantitatem materiæ in B. Q. E. D.

Cor.

Cor. 1. Si corpora ſint homogenea, momentorum ratio erit compoſita ex ratione magnitudinum & celeritatum.

Cor. 2. Si fiat ut A ad B, hoc eſt, ut materiæ quantitas in A ad quantitatem materiæ in B, ita recta D ad rectam E, & compleantur rectangula ſub D & C, & ſub E & *c*, erit momentum mobilis A ad momentum mobilis B, ut rectangulum DC ad rectangulum E*c*.



Nam quia eſt ut A ad B, ita D ad E, erit ratio compoſita ex rationibus A ad B & C ad *c* æqualis rationi compoſitæ ex rationibus D ad E & C ad *c*; ſed [per 23. El. 6.] ratio compoſita ex rationibus D ad E & C ad *c* æqualis eſt rationi rectanguli DC ad rectangulum E*c*, & [per Theor. hoc tertium] ratio momenti mobilis A ad momentum mobilis B æqualis eſt rationi compoſitæ ex rationibus A ad B ſeu D ad E & C ad *c*, quare erit ut rectangulum DC ad rectangulum E*c*, ita momentum mobilis A ad momentum mobilis B. Cujuſvis igitur corporis momentum conſiderari poteſt tanquam rectangulum factum ex ductu molis vel quantitatis materiæ in eodem contentæ in ejuſdem celeritatem.

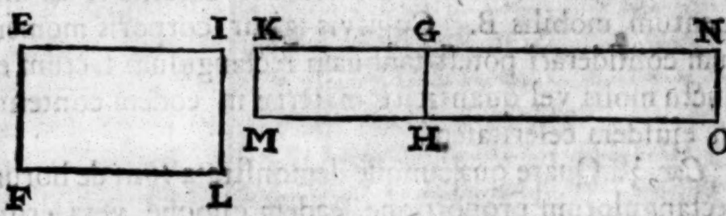
Cor. 3. Quare quæcunque demonſtrata ſunt de horum rectangulorum proportione, eadem quoque vera erunt de corporum momentis hiſce rectangulis proportionalibus; *v. g.* ſi ſit ut D ad E, vel ut A ad B, ita *c* ad C, erunt in eo caſu mobilium momenta æqualia; rectangula enim parallelogramma latera reciproce proportionalia habentia ſunt æqualia [per 14. El. 6.] & è contra, ſi rectangula ſint æqualia, erunt latera reciproce proportionalia; hoc eſt, ſi quantitates materiæ, ſeu in corporibus ejuſdem generis, eorundem magnitudines ſint celeritatibus reciproce proportionales, erunt momenta æqualia; & converſim, ſi momenta ſint æqualia, erit ut materiæ quantitas in uno ad quantitatem

titatem materiæ in altero, ita reciproce hujus celeritas ad illius celeritatem; hinc etiam demonſtratur ſequens.

THEOR. IV.

In comparatis motibus, celeritatum ratio componitur ex ratione directa momentorum, & reciproca quantitatum materiæ.

Sint duo mobilia A & B, & feratur A celeritate C, B vero celeritate c. Dico eſſe C ad c, hoc eſt, celeritatem unius A ad celeritatem alterius B, in ratione directa momenti corporis A ad momentum corporis B, & ratione reciproca materiæ in B ad materiam in A. Fiat ut A ad B, ita recta E I ad rectam K G; & fiat I L æqualis C; G H vero æqualis c; &



compleantur rectangula E L, K H. Per ſuperius dicta, rectangula E L, K H repræſentabunt momenta mobilium A & B reſpective; ad G H applicetur rectangulum H N æquale rectangulo E L. Cum igitur H N æquale ſit E L, erit [per 16. El. 6.] I L ad G H, ut G N ad E I; ſed ratio G N ad E I æqualis eſt rationi G N ad G K, & G K ad E I; hoc eſt, æqualis rationibus rectanguli H N vel E L ad K H rectangulum, & G K ad E I: quare erit celeritas C vel I L ad celeritatem c vel G H, in ratione compoſita ex ratione momenti E L ad momentum K H, & materiæ G K ad materiam

teriam E I ; hoc eſt, velocitas cujuſque corporis ſemper eſt ut illius momentum applicatum ad ejuſdem materiam. Q. E. D.

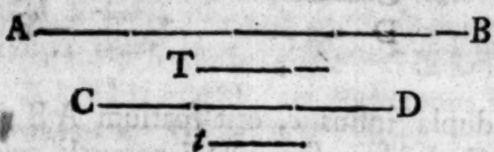
Simili prorſus ratiocinio colligitur, corporis cujuſque materiam eſſe ſemper ut momentum ad ejuſdem velocitatem applicatum.

Atque hæc de corporum momentis. De proportione ſpatiorum à mobilibus emenſorum ſequentia etiam vulgo demonſtrantur Theoremata.

THEOR. V.

In comparatis motibus, ſi mobilium celeritates ſint æquales, erunt ſpatia ab illis percurſa directe ut tempora quibus peraguntur motus.

Percurrat mobile longitudinem A B, tempore T, motu æquabili & uniformi; item idem vel aliud mo-



bile eadem velocitate latum percurrat longitudinem C D, tempore *t*; dico lineam A B eſſe ad lineam C D, ut Tempus T ad tempus *t*. Etenim ſi tempus T ſit duplum ipſius *t*, poteſt illud dividi in duas partes, quarum unaquæque æqualis erit *t*, adeoque ſingula ſpatia, æqualibus hiſce temporis partibus, eadem celeritate percurſa, æqualia erunt ſpatio percurſo in tempore *t*; & duo ſpatia ſimul ſumpta ſpatii tempore *t* percurſi dupla erunt: eodem modo, ſi T ſit triplum ipſius *t*, dividi poteſt T in tres partes æquales, & ſpatia ſingulis hiſce temporibus percurſa æqualia erunt ſpatio tempore *t* percurſo ; ac proinde tria ſpatia ſimul ſumpta ſpatii tempore *t* percurſi tripla erunt; idem de aliis multiplicibus & ſub-multiplicibus oſtendi poteſt ; quare

universaliter

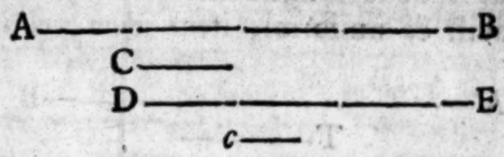
univerſaliter, quamcunque proportionem habet T ad *t*, eandem habebit ſpatium percurſum A B ad ſpatium percurſum C D. Q. E. D.

Cor. Si tempora ſint ut ſpatia percurſa, celeritates ſunt æquales.

THEOR. VI.

In comparatis motibus, ſi motuum tempora æqualia ſint, ſpatia percurſa erunt ut celeritates.

Percurrat mobile aliquod in dato tempore longitudinem A B, celeritate C; & in eodem vel æquali tempore, percurrat idem vel aliud mobile longitudinem D E, celeritate *c*; dico lineam A B eſſe ad lineam D E, ut celeritas C eſt ad celeritatem *c*. Si enim celeri-



tas C ſit dupla ipſius *c*, erit ſpatium A B percurſum celeritate C duplum ſpatii D E percurſi celeritate *c*; ſi celeritas C ſit tripla ipſius *c*, erit quoque A B longitudo ipſius D E longitudinis tripla; ſi C ſit dimidia ipſius *c*, erit A B ipſius D E dimidia; & univerſaliter, cum æqualia tempora in percurrendis lineis inſumantur, quamcumque proportionem habet celeritas C ad celeritatem *c*, eandem habebit longitudo percurſa A B ad longitudinem percurſam D E. Q. E. D.

Cor. Si celeritates ſint ut ſpatia percurſa, tempora erunt æqualia.

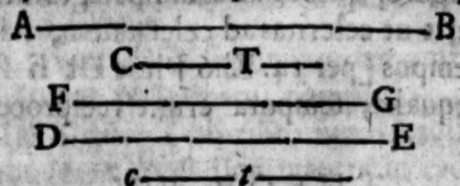
Poterant duo prima Theoremata, item quintum & hoc ſextum, univerſaliter per æquimultiplicia, Euclidis methodo, demonſtrari; verum cum per ſe adeo clara ſint ut inter axiomata reponi poſſint, vix tanto demonſtrationis apparatu indigent.

THEOR.

THEOR. VII.

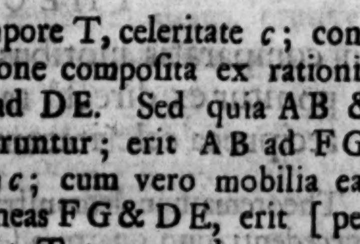
Longitudines percursæ sunt in ratione composita ex rationibus temporum & celeritatum.

Sit linea A B peragrata celeritate C, tempore T; & linea D E celeritate *c*, tempore *t*; dico rationem A B ad D E compositam esse ex ratione celeritatis C ad celeritatem *c*, & ratione temporis T ad tempus *t*. Po-



natur linea F G percurri tempore T, celeritate *c*; constat A B esse ad D E, in ratione composita ex rationibus A B ad F G, & F G ad D E. Sed quia A B & F G eodem tempore percurruntur; erit A B ad F G, ut celeritas C ad celeritatem *c*; cum vero mobilia eadem celeritate describunt lineas F G & D E, erit [per Theor. 6.] F G ad D E, ut T tempus ad *t* tempus; quare cum ratio A B ad D E componitur ex rationibus A B ad F G, & F G ad D E; erit etiam composita ex rationibus quæ sunt hisce rationibus æquales, nempe ex ratione celeritatis C ad celeritatem *c*, & temporis T ad tempus *t*.

Cor. 1. Si fiat H K æqualis C, H I æqualis T, item M N æqualis *c*, & M O æqualis *t*, & compleantur rectangula parallelogramma H L, M P; erit A B ad D E, ut rectangulum H L ad M P rectangulum; nam [per 23. El. 6.] est rectangulum H L ad rectangulum M P, in ratione composita ex rationibus H K ad M N, & H I ad M O; sed [per præce-



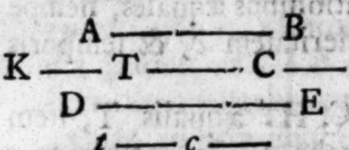
dens Theorema] ſpatium percurſum A B eſt ad ſpatium percurſum D E, in ratione ex iiſdem rationibus compoſita ; unde ſpatia hæc percurſa conſiderari poſſunt, tanquam rectangula facta ex temporibus in celeritates ductis.

Cor. 2. Si igitur ſpatia percurſa ſint æqualia, erit quoque rectangulum ſub celeritate & tempore, quibus unum ſpatium tranſigitur, æquale rectangulo ſub celeritate & tempore, quibus alterum peragratur ſpatium, & proinde erit ut celeritas ad celeritatem, ita reciproce tempus ad tempus [per 14. El.6.] hoc eſt ſi ſpatia percurſa ſint æqualia, tempora erunt reciproce ut celeritates.

THEOR. VIII.

In comparatis motibus, temporum ratio componitur ex directâ ratione longitudinum, & reciproca celeritatum.

Theorema hoc demonſtrari poteſt eodem modo ex præcedenti, quo quartum ſequitur ex tertio ; perſpicuitatis autem gratia ſic breviter oſtenditur. Percurratur tempore T longitudo A B, celeritate C ; item tempore *t* longitudo D E percurratur, celeritate *c* ; dico tempus T eſſe ad tempus *t* in ratione compoſita ex directa ratione longitudinis A B ad longitudinem D E, & reciproca celeritatis C ad celeritatem *c*.



Sit K tempus quo percurri poteſt longitudo A B, cum celeritate *c*, erit ratio temporis T ad tempus *t* compoſita ex ratione T ad K, & K ad *t* ; ſed [per Corol. præcedentis] eſt ut T ad K, ita *c* ad C (cum idem ſpatium utroque tempore percurritur) & ut K ad *t*, ita [per Cor. Theor 5.] longitudo A B ad longitudinem D E; quare erit T ad *t* in ratione compoſita celerita-

tis *c*, ad celeritatem C, & longitudinis A B ad longitudinem DE; hoc eſt, tempora ſunt in ratione compoſita ex reciproca celeritatum, & directa longitudinum. Q. E. D.

Eodem modo oſtenditur, celeritates eſſe in ratione directâ longitudinum, & reciprocâ temporum.

Cor. 1. Atque hinc ſequitur, tempus eſſe ut ſpatium percurſum applicatum ad celeritatem.

Cor. 2. Celeritas quoque eſt ut ſpatium percurſum applicatum ad tempus.

Theorema tertium & ſeptimum demonſtrari poſſunt ex univerſali hoc theoremate, nempe,

Si effectus aliqui ex pluribus ſimul cauſis pendeant, ita ſcil. ut augeantur vel diminuantur in eadem ratione, qua augetur aut diminuitur cauſarum aliqua, erunt effectus illi in ratione cauſarum omnium compoſita; hoc eſt, ſi cauſæ A, B, C ſimul agentes producant effectum E, qui cæteris iiſdem manentibus ſemper eſt ut cauſarum quævis; & aliæ cauſæ *a*, *b*, *c*, prioribus reſpective ſimiles & ſimiliter agentes, producant effectum *e*; erit ut E ad *e* ita $A \times B \times C$ ad $a \times b \times c$. Quod eâdem fere methodo quam in præcedentibus demonſtrationibus adhibuimus, facile oſtendi poteſt.

Ad eundem modum, ſi idem effectus ex pluribus rebus ſimul pendeat, quarum aliquæ eundem adjuvant vel augent, in ea ratione qua ipſæ augentur; aliquæ vero impediunt vel minuunt, in eadem ratione qua augentur, erit effectus ſemper directe ut cauſæ adjuvantes, & reciproce ut agentes impedientes vel minuentes.

Theorema ſeptimum ſtylo *Newtoniano* ſic demonſtratur,

Data celeritate, ſpatium percurſum eſt ut tempus; & dato tempore, ſpatium percurſum eſt ut celeritas; quare neutro eorum dato, eſt ut celeritas & tempus conjunctim.

Sic etiam Theorema octavum ostenditur,

Data celeritate, tempus eſt directe ut ſpatium percurſum; & dato ſpatio, tempus eſt reciproce ut celeritas; quare neutro dato, tempus erit directe ut ſpatium & reciproce ut celeritas.

Similiter Theorema tertium & quartum exponi poſſunt, atque hanc methodum nos etiam brevitati ſtudentes interdum uſurpabimus.

LECTIO

LECTIO X.

IN Demonſtrationibus præcedenti lectione adhibitis methodum expoſuimus, qua res phyſicæ ad Geometriam primo, deinde ad Arithmeticam reducendæ ſunt; cum enim ibi demonſtratur corporum motus eſſe ut rectangula ſub ipſorum celeritate & materia, ex datis cujuſvis corporis materia & celeritate, dabitur ejuſdem momentum; æquale ſcil. *facto* ex celeritate corporis in ejuſdem quantitatem materiæ; *v.g.* ſit corpus A octo partium, B vero partium ſex, celeritas ipſius A ut 5, & corporis B celeritas ut 3; erit motus corporis A quadraginta partium, & motus corporis B partium tantum octodecim.

Ita ex datis corporis cujuſvis momento & materia, innoteſcet quoque illius celeritas; nempe ſi dividatur momentum per ipſius materiam, quotiens exhibebit ejuſdem velocitatem; ſit enim motus in corpore A partium 40, & ejus materia octo partium; ſit etiam motus in corpore B partium octodecim, & illius materia partium 6; dividende quadraginta per octo, quotiens quinque exhibebit, velocitatem ſc. mobilis A; & dividendo octodecim per 6, quotiens tria dabit, velocitatem mobilis B.

Cum per exempla res magis eluceſcunt, & numeri ſemper ad praxin ſunt advocandi, ut tyrones ſe melius illis aſſueſcant; licebit nobis ſcientiam de motu per numeros quandoque illuſtrare, & Arithmeticam tam ſpecioſam quam numeroſam adhibere; ex ſpecioſa enim Arithmetica eruuntur canones quidem generales, qui poſtea ad numeros particulares ſunt applicandi.

Sic denotet A materiam in quovis dato corpore A, C vero ejuſdem celeritatem, atque ipſius momentum vocetur M; vel potius hæ literæ denotent numeros quantitatibus illis proportionales; erit $C \times A = M$ & $C = \frac{M}{A}$ & $A = \frac{M}{C}$.

 Simi-

Similiter cum ſpatium percurſum ſit ſemper rectangulo ſub celeritate & tempore proportionale; Si ſpatium dicatur S, tempus T, & celeritas C, erit $S = C \times T$; & $C = \frac{S}{T}$; & $T = \frac{S}{C}$; & proinde cum ſit $M = A \times C$, erit quoque $M = \frac{A \times S}{T}$; vel ſi T detur, erit $M = A \times S$; hoc eſt, cujuſque corporis momentum eſt ut ipſius materia ducta in ſpatium, ab ipſo in dato tempore percurſum. Alia quamplurima hiſce ſimilia, quæ nonnulli pro motus legibus venditant, ex hactenus demonſtratis deduci poſſunt; at cum ea omnia tyro quivis facile per ſe eruere poteſt, non opus eſt ut hic proferantur.

Ex ſupra demonſtratis conſtat, momentum corporis cujuſcunque oriri ex motu partium ſingularium; nam ſingulis corporis particulis ineſt impetus ſeu vis movendi, & ex harum virium ſumma componitur impetus ſeu quantitas motus totius corporis.

Hinc etiam colligitur, quòd quo major corporibus inſit materiæ quantitas, eo major adhibenda ſit vis ad ea corpora cum datâ velocitate movenda, & eorum proinde momenta eadem ratione majora erunt; ſi igitur ſint duo corpora eadem velocitate lata, erunt quantitates materiæ in ipſis ſemper ut eorundem momenta; adeoque ſi corpora mole æqualia & æquivelocia, inæqualia habuerint momenta, neceſſe eſt, ut in illis inæquales quoque ſint materiæ quantitates; & quod minus habet momenti, plures habebit poros ſeu ſpatia, vel omnino vacua, vel materia aliqua repleta, quæ non participat de motu totius corporis, cujus poros implere ſupponitur. Sic, *e. g.* ſi fiant duo globi ſuberis & plumbi, ejuſdem magnitudinis, & uterque eadem velocitate moveatur, cum experientia notum ſit, momentum unius multo majus eſſe momento alterius, neceſſe eſt ut multo plures ſint pori in uno quam in altero, quos vel omnino vacuos eſſe

conce-

concedendum eſt, vel dicendum eos materia aliqua ſubtiliſſima repletos eſſe, quæ ita libere poteſt ejuſdem poros permeare, ut de motu corporis, cujus poros occupat, non participet.

Ut autem materia illa libere poſſit aliorum corporum poros permeare, nec de ipſorum motu participare; oportet ut omnia corpora omnes ſuos poros ſecundum rectas lineas directioni motus parallelas extenſas habeant; ut ſcil. nullæ fiant reflectiones materiæ ſubtilis contra pororum latera; alioquin una cum ipſo corpore movebitur materia etiamſi ſubtiliſſima, quæ ipſius poros replere ſupponitur. Non poteſt igitur materia ſubtilis de corporis motu non participare, niſi corpus motum ita diſponatur, ut poros ſuos directioni motus parallelos habeat; cum autem infinitis aliis modis ipſius ſitus variari poteſt; hoc eſt, poſſunt pororum longitudines in infinitis angulis ad lineam directionis inclinari, & proinde illis omnibus poſitis, moto corpore, una movebitur materia ſubtilis in ipſius poris locata; non igitur poteſt materia ſubtilis ita corporum poros libere permeare quin de ipſorum motu participet; ac proinde moto corpore, movebitur quoque materia intra ipſum contenta quantumvis ſubtilis ſit; ſi igitur ſuber moveatur, ſecum quoque deferet materiam in ejus poris contentam, adeoque cum minus habet momenti quam globus plumbeus ejuſdem magnitudinis eadem velocitate latus, minor erit in ſubere materiæ copia, & proinde plures pori ſeu ſpatia abſolute vacua.

Ex demonſtratis etiam deducitur ſequens Theorema.

THEOR. IX.

Pondera corporum omnium ſenſibilium juxta terræ ſuperficiem, ſunt quantitatibus materiæ in iiſdem proportionalia.

Nam, ut multiplici pendulorum experientia conſtat, corpora omnia vi gravitatis perpendiculariter cadentia

(abſtra-

(abſtrahendo aëris reſiſtentiam) æqualia ſpatia in iiſdem temporibus percurrunt. Nam in vacuo ſeu medio non reſiſtenti, non plus temporis impendet in deſcendendo minutiſſima quævis plumula, quam ponderoſum plumbum; adeoque omnium corporum in dato tempore cadentium velocitates ſunt æquales; erunt igitur eorum momenta quantitatibus materiæ in iiſdem proportionalia; verum vires motum generantes ſunt ſemper motibus ſeu momentis generatis proportionales, & proinde in hoc caſu erunt ut quantitates materiæ in corporibus motis; ſunt autem vires quæ motus illos generant ipſæ corporum gravitationes, hoc eſt, pondera. Omnium igitur corporum pondera ſunt quantitatibus materiæ quæ in corporibus ſunt proportionalia. Q. E. D.

Cor. 1. Corporis igitur cujuſvis pondus, ex aucta ſolummodo vel diminuta materiæ quantitate, augetur vel diminuitur.

Cor. 2. Quare eadem manente materiæ quantitate in corpore quovis dato, idem quoque manebit ejuſdem pondus, & quomodocunque variatur ejuſdem figura vel textura particularum corpus illud componentium, pondus tamen ipſius non mutabitur: adeoque nullius corporis pondus ab ejus forma ſeu textura pendet.

Cum(per Axioma 14.)Natura cujuſcunque materiæ ſit eadem, nec unum corpus ab alio differat, niſi modaliter, per partium figuram, ſitum & alias iſtiuſmodi formas; erunt corporum affectiones, quæ ab illorum formis non pendent, in omnibus corporibus eædem; adeoque cum (uti dictum eſt) corporum pondera ab illorum formis non oriantur, ſed à materiæ quantitate pendeant, in æqualibus materiæ quantitatibus, in eadem à terræ diſtantia, æquales erunt verſus terram gravitationes; ſi vero duorum corporum pondera ſint inæqualia, inæquales quoque erunt in iis materiæ quantitates.

Ponamus jam duos globos, plumbi ſcil. & ſuberis,

æqua-

æqualium magnitudinum; ſi in utroque eadem eſſet materiæ quantitas, (per jam oſtenſa) utrumque corpus æqualiter ponderaret; nam materia ſubtiliſſima poros ſuberis occupans æque ponderaret ac materia plumbi ipſi æqualis; cum vero magnum ſit in duobus hiſce globis ponderum diſcrimen, magnum quoque erit in iiſdem materiæ diſcrimen; & ſi plumbum ſubere ſit triplo gravius, triplo quoque major erit in plumbo contenta materia, quam in ſubere; adeoque plures erunt in plumbo pori ſeu plura ſpatia abſolute vacua. Vacuum igitur non tantum poſſibile eſt, ſed & actu datur; quod erat probandum. Atque hinc ſequitur materiæ quantitatem in quovis corpore rite per ipſius gravitatem æſtimari poſſe.

Cum momentum augeri poſſit, tam ex aucta materiæ quantitate, eadem manente velocitate, quam ex aucta velocitate, eadem manente materia, Veteres (quos vis pulveris pyrii ad corpora celeriter movenda latebat) machinis ad hoſtium muros diruendos ita comparatis utebantur, ut ingens materiæ moles, etſi non magna velocitate, vehementi tamen impetu muros concuteret; at hodie per exploſionem pulveris pyrii ex tormentis bellicis magna velocitate parvi globuli impelluntur. Quamvis autem veterum machinæ bellicæ hodiernis multum cedant, ipſarum tamen vis ad muros evertendos incredibilis fere fuit; Arietes enim ex ingentibus trabibus ſibi invicem commiſſis compoſiti erant; quorum pondus vel hinc æſtimari poteſt, quod ſc. ipſorum aliqui ſex hominum millibus (ut alii ſc. aliis ſuccederent) ad ipſos dirigendos & motum iis imprimendum indigebant; ea pars, qua murum percutiebant, gravi ferro conſolidata fuit, & ex funibus ita dependebant (Arietes compoſitos intelligo) ut ipſorum longitudines horizonti eſſent parallelæ; unde magna virorum manu retrorſum acti, ſtatim ſua gravitate & hominum viribus ſimul agentibus antrorſum pulſi, prominenti ferro muros quatiebant; & teſte Joſepho, nullæ fuerunt turres tam validæ, aut mœnia tam lata, quæ aſſiduas ipſorum plagas potuerunt ſuſtinere.

In machinis, quæ per circumgyrationes rotarum pondera elevant, aliquando per additionem plumbi rotæ graviores redduntur; ut ſcil. major materiæ copia majorem impetum, ſeu motus quantitatem ſuſcipiat; per quam reſiſtentiæ, tam ex aëre quam ex materiæ frictione ortæ, melius reſiſtatur, & diutius conſervetur motus, qui proinde ſemel inceptus facile continuabitur.

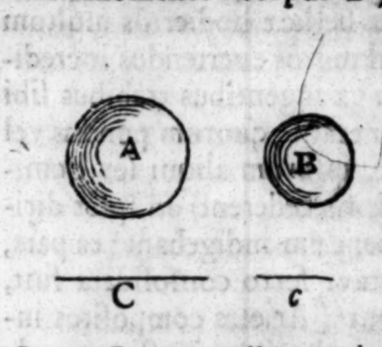
Ab eodem quoque pendet principio, quod lanifices in nendo, fuſis ſuis verſoriis graves turbines imponunt, ut gyrationes diutius perſeverent. Cum ſcil. motus pars per reſiſtentiam aëris amiſſa, ad motum ex materiæ additione auctum, minorem habet rationem, quam eſt ea quam haberet ad motum non auctum.

Ex prædictis etiam ſolvitur ſequens problema.

PROBL. I.

Invenire velocitatem, qua datum corpus movendum eſt, ita ut habeat momentum æquale momento cuivis dato.

Sit datum corporis A, cujus momentum æquale debet eſſe momento corpus B, moti celeritate c; fiat ut A ad B ita celeritas c ad aliam C; hæc erit velocitas quæſita, qua ſcil. ſi moveatur A, ejus momentum æquale erit momento corporis B, uti liquet ex Corol. tertio Theorematis tertii. Corporum enim momenta ſunt æqualia, ſi celeritates



ſint ipſis corporibus reciproce proportionales; ſed ex hypotheſi, eſt celeritas corporis B ad celeritatem corporis A, ut corpus A ad corpus B; unde erit momentum corporis A æquale momento corporis B. Q. E. I.

Atque hinc ſequitur corpus quodcunque parvum poſſe habere momentum æquale momento corporis utcunque

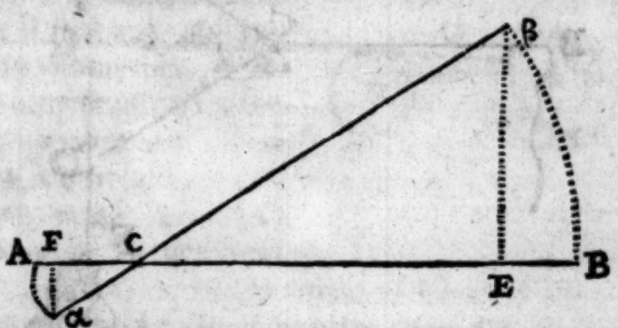
utcunque magni, quod cum data velocitate movetur. Ex hoc principio pendent vires omnes machinarum, quæ ad corpora trahenda vel elevanda fabricantur; nempe si machinæ ita disponantur, ut potentiæ velocitas ad velocitatem ponderis ita sit, ut pondus ad potentiam; eo inquam casu potentia pondus sustinebit. Liceat hoc in quinque simplioribus Instrumentis Mechanicis ostendere. Et primo in Vecte, quem hic consideramus tanquam lineam inflexilem, sive rectam, sive curvam, sive ex pluribus rectis compositam, circa punctum immobile versatilem, gravitatis quidem expertem, ponderibus tamen sustinendis vel levandis accommodatam.

Punctum immobile quo sustinetur & circa quod rotatur vectis ejus fulcrum vocatur.

THEOR. X

Sit AB vectis circa fulcrum C tantum rotabilis, erit spatium quod ab unoquoque ipsius puncto describitur, ut ejus distantia à fulcro.

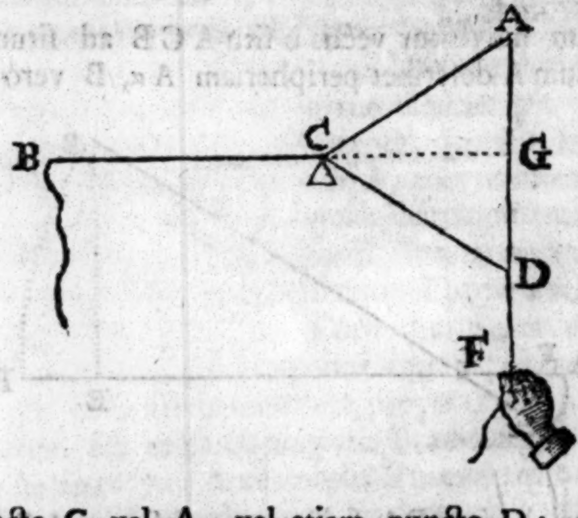
Nam moveatur vectis è situ ACB ad situm αCβ, punctum A describet peripheriam Aα, B vero percur-



ret peripheriam Bβ, sed propter sectores ACα, BCβ similes, est Aα ad Bβ ut AC ad BC, hoc est spatia à puncta A & B descripta, sunt ut ipsorum à fulcro distantiæ.

diſtantiæ. Si punctis A & B applicentur potentiæ vectis brachia perpendiculariter trahentes; ſpatia quæ ab ipſis deſcribuntur ſecundum vel contra propenſiones ſuas, non ſunt peripheriæ A α, B β, ſed perpendiculares α F β E in vectis brachia demiſſæ: nam potentia in A per ſpatium α F tantum & non amplius progreſſa eſt ſecundum directionem vel propenſionem propriam, ſicut ob eandem cauſam, via à potentia B percurſa ſecundum propriam directionem æſtimanda eſt per β E. Sed ob æquiangula triangula α C F, β C E eſt α F ad β E ut α C vel A C ad β C vel B C, hoc eſt viæ à potentiis ſecundum proprias directiones percurſæ erunt ut ipſarum à fulcro diſtantiæ.

Quod ſi directio potentiæ non ſit recta ad vectis brachium A C perpendicularis, ducenda eſt à fulcro in lineam directionis, perpendicularis C G, & ſpatium à potentia ſecundum ipſius propenſionem deſcriptum, erit perpendiculari illi proportionale; nihil enim refert utrum filum F G A, per quod potentia agit, affixum



ſit puncto G vel A, vel etiam puncto D; eadem quippe manente directionis linea, eadem erit ipſius vis ad circumrotandum planum A D C B ac ſi puncto G

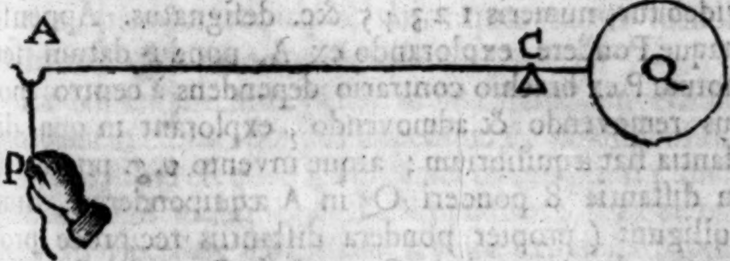
affigeretur

affigeretur filum, & via ab ipsa in dato tempore, secundum propriam directionem descripta, proportionalis esset rectæ C G. Quare patet in omni casu, viam à potentia quavis secundum directionem propriam descriptam proportionalem esse distantiæ lineæ directionis à fulcro.

THEOR. XI.

In vecte vis motrix seu potentia quæ ad pondus eam habet rationem, quam distantia lineæ directionis ponderis à fulcro, habet ad distantiam directionis potentiæ à fulcro, pondus sustinebit; ac proinde tantillum aucta pondus elevabit.

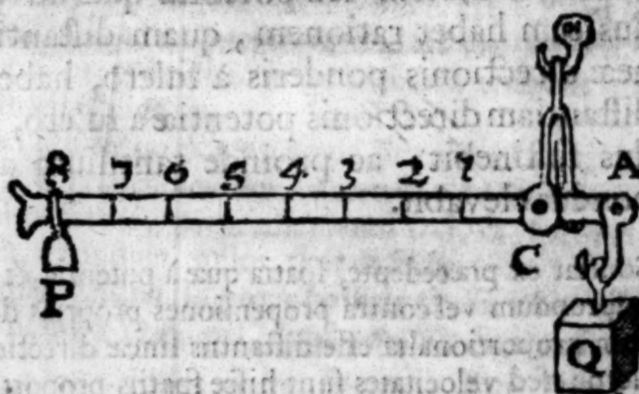
Constat ex præcedente, spatia quæ à potentia & pondere secundum vel contra propensiones proprias describuntur, proportionalia esse distantiis lineæ directionum à fulcro; sed velocitates sunt hisce spatiis proportionales, ac proinde distantiis quoque proportionales erunt:



si igitur sit potentia P ad pondus Q ut C Q distantia directionis ponderis à fulcro ad C A distantiam directionis potentiæ à fulcro, potentia erit ad pondus, ut velocitas ponderis ad velocitatem potentiæ; erit igitur per Cor. 3. Theor. 3. momentum potentiæ æquale momento

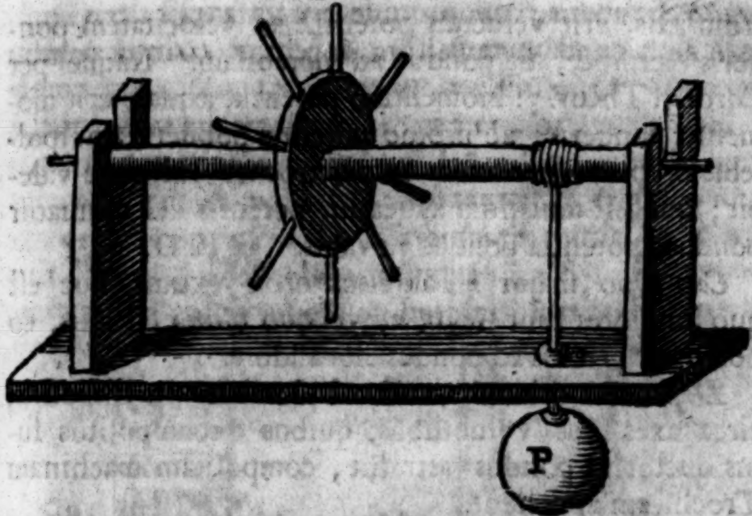
mento ponderis; ac proinde potentia ponderi æquipollebit; quod si tantillum augeatur potentia pondus elevabit. Q. E. D.

Hinc patet ratio, cur in Statera Romana vulgo dicta, unico appendiculo vel sacomate, diversorum corporum pondera examinantur. Est enim machina hæc vectis inæqualium brachiorum, porrecto nempe ab axe motûs, (qui & axis æquilibrii esse debet) brachiorum altero, in certam longitudinem puta unius pollicis aut



minorem; in altero brachio quantumvis porrecto, distinguunt partes ipsi C A longitudine æquales quot opus videbitur, numeris 1 2 3 4 5 &c. designatus. Appenso itaque Pondere explorando ex A, pondus datum seu notum P ex brachio contrario dependens à centro motus removendo & admovendo, explorant in qua distantia fiat æquilibrium; atque invento *v. g.* pondus P in distantia 8 ponderi Q in A æquiponderare, hinc colligunt (propter pondera distantiis reciproce proportionalia,) pondus Q ponderis P noti octuplum esse.

Defin. Axem in Peritrochio vocant, Instrumentum Mechanicum, ponderibus levandis aptum; in quo cylindrus (quem Axem vocant) fulcris per extrema sustinetur, circumpositum habens tympanum (quod Peritrochium vocant) in cujus ambitu Scytalæ infiguntur, quibus



quibus applicata vis, Peritrochium una cum axe vertit; circa quem convoluti funes onus elevant.

THEOR. XII.

In Axe cum Peritrochio (& machinis cognatis quarum eadem est ratio) vis Motrix quæ ad pondus sustinendum eam rationem habet, quam perimeter axis cui applicatur pondus, ad perimetrum orbis extimi cui applicatur vis; ponderi æquipollebit; quæ itaque tantillum aucta pondus elevabit.

Ex fabrica machinæ patet, in una ipsius conversione tantundem elevari pondus appensum P, quantum funis tractorii, illud est quod axem semel circumplicat; quod itaque illius ambitui æquale supponitur; unaque tantundem procedere potentiam scytalæ extremitati applicatam, quantus est extimi orbis ambitus à potentia, eadem machinæ revolutione descriptus; (hoc est spatium à potentia eodem tempore percursum æquale esse orbis extimi ambitui) adeoque velocitates potentiæ & ponderis, quæ sunt ut spatia simul percursa, erunt ut perimeter orbis extimi & perimeter axis. Quare si sit pondus ad potentiam, ut perimeter orbis extimi ad perimetrum

trum axis, erit velocitas potentiæ ad velocitatem ponderis reciproce, ut pondus ad potentiam. Itaque per Corol.3. Theor. 3. momentum potentiæ æquale erit momento ponderis; ac proide potentia ponderi æquipollebit & ipſum per axem in peritrochio ſuſtinere valebit; quod ſi tantillum augeatur potentia vel minuatur pondus, potentia pondus elevabit. Q. E. D.

Cor. Quo major eſt ambitus orbis extimi, hoc eſt quo longiores ſunt ſcytalæ, vel quo minor eſt axis, eo potentior erit vis ad pondus elevandum.

Defin. Ex orbiculis uno vel pluribus apte diſpoſitis, circa axes ſuos volubilibus, quibus circumpoſitus funis ductorius pondus attrahit, compoſitam machinam Trochleam appellant.

THEOR. XIII.

In Trochlea mobili, ex orbiculorum poſitione calculo æſtimatur quanta vis appoſito ponderi æquipolleat; nempe vis ea, quæ ſit ad pondus, ſicut 1 ad numerum funiculorum quibus pondus ſuſpenditur, idem pondus ſuſtinere valebit: quæ proinde tantillum aucta pondus elevabit.

Fig. 1. Sit funis cujus alterum extremum unco B affixum, & in hujus duplicatura dependeat trochlea mobilis, cujus loculamento appendatur pondus Q; clarum eſt ut attollatur pondus Q per unum pedem, utrumque funem loculamentum cum appenſo pondere ſuſtinentem, (deorſum ab unco ſupputando) debere uno pede breviorem fieri; hoc eſt ut attollatur pondus per unum pedem, potentiam debere per duos pedes moveri; quare in hac machina, potentiæ via ponderis viæ dupla erit; ac proinde celeritas potentiæ dupla quoque erit celeritatis ponderis: adeoque ſi potentia ſit ad pondus ut 1 ad 2, ipſius momentum momento ponderis æquipollebit, & pondus ſuſtinebit.

Fig. 2.

Fig. 2. Si ita disponantur orbiculi, ut pondus Q à tribus funibus dependeat; & ut pondus ascendat per unum pedem, oporteat omnes tres funiculos (ita loqui liceat, quamvis non nisi unus continuus & nullibi

Fig. 1.

Fig. 2.

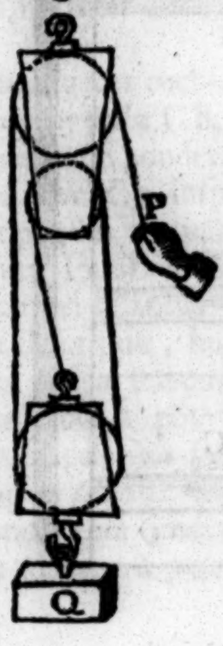
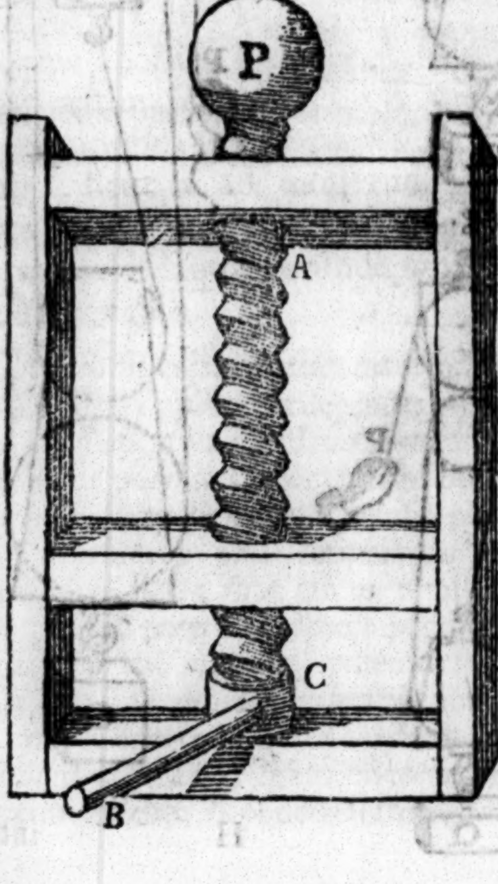


Fig. 3.

interruptus funis sit)uno pede breviores reddi,quod fieri aliter non potest, quam si potentia P tres pedes progrediatur: quare cum in hac machina, potentiæ via sit ponderis viæ tripla; erit ejus celeritas quoque tripla celeritatis ponderis; adeoque si potentia sit ad pondus ut 1 ad 3, ipsius momentum momento ponderis æquipollebit.

Fig. 3. Simili prorsus ratione, ex tertia figurâ patet potentiam in P, quæ sit sub quadrupla ponderis Q, eidem æquipollere. In omnibus casibus potentia quæ ponderi prius æquipollebat, si vel ipsa tantillum augeatur, vel pondus minuatur, potest ipsum elevare. Q. E. D.

Defin. Cylindrum rectum helice similiter sulcatum Cochleam appellant, & quidem Interiorem, si sulcata



super-

ſuperficies convexa ſit, Exteriorem ſi concava. Debet autem cochlea Interior ita Exteriori conformis eſſe, ut pars parti apte reſpondeat (hujus eminentiis illius cavitatibus congruentibus) quo fiet ut Interior per Exteriorem permanentem tota labatur, vel etiam ſuper Interiorem permanentem propellatur Exterior. Potiſſimum adhiberi ſolent Cochleæ obicibus propellendis, frangendis, aut comprimendis, aliiſque motibus truſione factis; ſoletque forinſecus adhiberi manubrium, aut ſcytale cui vis applicatur.

THEOR. XIV.

In Cochlea, ſi ſit ut ambitus, quem vis ſive potentia applicata peragrat in una cochleæ converſione, ad Intervallum duarum continue proximarum ſpiralium converſionum (ſecundum cochleæ longitudinem æſtimatum) ſic pondus vel reſiſtentia ad potentiam; æquipollebunt potentia & reſiſtentia, & potentia tantillum aucta impedimentum movebit.

Intelligatur cochlea Interior C A per Exteriorem fixam ope ſcytalæ C B, verſando protrudi ſimulque pondus P (vel quod ponderis inſtar eſt) elevare. Manifeſtum eſt ex Machinæ inſpectione, in una cochleæ revolutione pondus tantum elevari, quantum eſt intervallum duarum ſpiralium proximarum; & potentiam tantum promoveri quantus eſt ambitus ab iſta in una revolutione deſcriptus; hoc eſt ponderis via erit ad viam potentiæ eodem tempore factam, ut intervallum ſpiralium ad ambitum à potentia una revolutione deſcriptum, adeoque celeritas ponderis erit ad potentiæ celeritatem, in eadem ratione: ac proinde ſi ſit ut potentia ad pondus ita prædictum intervallum duarum proximarum ſpiralium ad viam à potentia deſcriptam, potentia ponderi

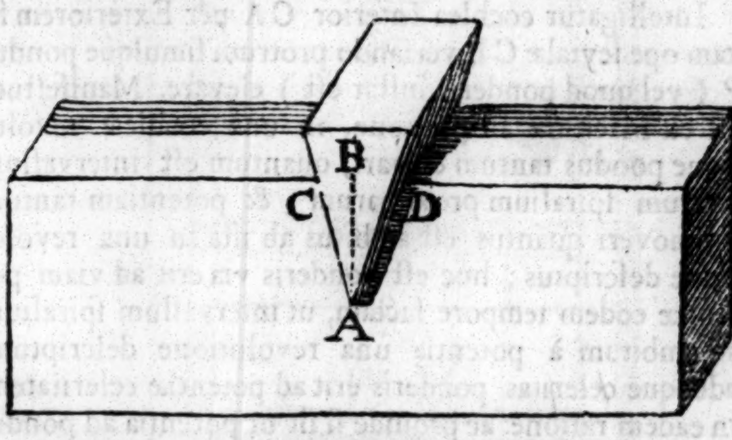
vel resistentiæ æquipollebit: quæ itaque tantillum aucta resistentiam superabit. Q. E. D.

Defin. Cuneum plerumque adhibent, ex ferro seu duriore aliqua materia, forma prismatis non admodum alti, cujus oppositæ bases sunt triangula isoscelia; utriusvis hujus trianguli altitudinem appellant altitudinem cunei, ejusque trianguli basin vocant cunei crassitiem, rectamque quæ triangulorum vertices conjungit, cunei aciem; quodque eorum bases conjungit parallelogrammum, cunei dorsum dicunt.

THEOR. XV.

Potentia cunei dorso directe applicata, quæ sit ad resistentiam à cuneo superandam, ut cunei crassities ad ejusdem altitudinem, resistentiæ æquipollebit & proinde aucta eandem superabit.

Resistentia cuneo superanda sit *v. g.* ligni tenacitas seu firmitudo, aut alius quivis obex cuneo dirimendus; patet dum cuneus adigitur in situm usque quem



nunc obtinet, via potentiæ seu longitudo secundum suam propensionem percursa est B A; tantum enim &

non

non amplius progressa est; eodemque modo DC est via impedimenti, atque dum detruditur cuneus per totam altitudinem suam, dividitur obex per totam cunei crassitiem; & in toto processu proportionaliter, ut patet ex natura trianguli; unde si sit ut cunei crassities ad ipsius altitudinem ita potentia ad resistentiam, hujus momentum illius momento æquale erit; adeoque potentia aucta resistentiam superabit.

SCHOLIUM.

Hinc per Instrumenta mechanica non augetur vis potentiæ, quod quidem fieri non potest, sed ponderis vel elevandi vel trahendi velocitas ita per instrumenti applicationem minuitur, ut ponderis momentum vi potentiæ non majus evadat. Sic *e. g.* si vis quædam agens possit elevare datum pondus unius libræ cum data velocitate, per nullum instrumentum fieri potest ut eadem vis elevet pondus duarum librarum cum eadem velocitate; potest tamen ope instrumenti cum velocitatis dimidio pondus duarum librarum elevare; imo potest eadem potentia pondus mille vel decem mille librarum elevare cum velocitatis parte millesima vel decem millesima; sed non ideo augetur potentiæ vis, sed motus quem producit in elevando pondus illud magnum omnino æqualis est motui, qui producitur cum elevatur pondus unius libræ.

Ex dictis etiam patet ratio, cur in canalibus communicantibus diversæ amplitudinis conservatur liquorum æquilibrium. Sit enim canalis amplus ABCD, cum alio angustiore MNKH communicans in C; in utroque canali infusa aqua ad eandem altitudinem assurget, & descendendi conatus seu vis, quam habet aqua in canali FH ad elabendum per orificium C, æqualis est vi aquæ in canali AC ad descendendum per idem orificium. Nam si ponatur, aquam descendisse in canali AC per altitudinem AI; necesse est, ut aqua in canali FH ascendat ad altitudinem HN, talem sc. ut cylindrus aquæ MFGN æqualis sit cylindro AILD, scil. cy-

lindro aquæ, quæ in canali A C descendit; sed æqualium cylindrorum reciprocantur bases & altitudines (per 15. Prop. El. duodecimi) hoc est, erit F M ad A I, ut orificium A D ad orificium M N vel F G, sed est F M ad A I, ut velocitas ascensus aquæ in canali F N ad velocitatem descensus aquæ in canali A C, & est orificium A D ad orificium M N, ut aqua in A C ad aqam in canali F H, nam cylindri æque alti sunt inter se ut bases; quare erit velocitas aquæ ascendentis in canali F H ad velocitatem aquæ descendentis in canali A C, ut aqua in canali A C ad aquam in F H; hoc est, aquarum velocitates sunt ipsis reciproce proportionales, & proinde erunt aquarum momenta æqualia; sed sunt contraria, quare nullus sequetur motus.

Hinc obiter patet ratio, cur aqua vel fluidum quodvis ex latiore in angustiorem alveum defluens majori celeritate moveatur.

Hinc si in corpore animali, Arteriarum ramuli vel Arteriæ Capillares habeant summam orificiorum seu potius sectionum tranversarum, majorem sectione tranversa arteriæ magnæ seu Aortæ, à qua omnes oriuntur; erit sanguinis velocitas in extremitatibus corporis minor, quam in Aorta; si vero æqualis sit hæc summa sectioni transversæ Aortæ, erit velocitas sanguinis in iisdem æqualis velocitati sanguinis in Aorta; si minor sit summa, tunc major erit velocitas sanguinis per extremas arterias transcurrentis, quam in Aorta.

LECTIO

LECTIO XI.

De Legibus naturæ.

HActenus Theoremata de motus quantitate, ſpatiis à mobilibus percurſis, & quæ exinde conſequuntur corollaria demonſtrata dedimus; ad leges naturæ jam deventum eſt, illas ſc. leges, quas omnia corpora naturalia conſtanter obſervare neceſſe eſt. Has igitur eodem ordine, & iiſdem verbis, prout ab illuſtri *Newtono* proponuntur tradémus, quarum prima hæc eſt.

LEX I.

Corpus omne perſeverat in ſtatu ſuo quieſcendi vel movendi uniformiter in directum, niſi quatenus à viribus impreſſis cogitur ſtatum illum mutare.

Cum corpora naturalia conſtent ex materiæ maſſa, quæ ſibiipſi nullam ſtatus ſui mutationem inducere queat; ſi prius quieſcebant corpora, oportet ut in ea quiete ſemper permaneant, niſi adſit vis nova ad motum in iis producendum; ſi vero in motu ſint, eadem energia ſeu vis motum ſemper conſervabit; & proinde corpora motum ſuum ſemper retinebunt & ſecundum eandem rectam eodem tenore ſemper progredientur, cum nec ſibi ipſis quietem, nec retardationem, nec directionis ſuæ mutationem ad deflectendum verſus dextram aut ſiniſtram acquirere valeant. Philoſophos novimus, qui facile agnoſcunt nullum corpus poſſe ſeipſum movere, hoc eſt, per ſe ex quiete ad motum tranſire; iidem non æque lubenter concedunt corpora ſemel mota non poſſe per ſe ad quietem tendere, eo quod videant pro-

jectorum

jectorum motus paulatim languescere, & ipsa mobilia ultimò ad quietem pervenire.

Verum ut nullus modus, vel accidens, sponte sua seu per se destruitur, & sicut omnes effectus à causis transeuntibus producti semper permanent, nisi adsit nova aliqua & extranea causa quæ ipsos tollat; sic etiam motus semel inceptus semper continuabitur, nisi vis aliqua externa adsit, quæ ipsi obstat; nec magis potest corpus semel motum, motum seu energiam suam ad movendum deponere, & per se ad quietem redire, quam potest figuram semel sibi inductam exuere & aliam recentem absque causa extrinseca acquirere.

Inest præterea corporibus vis quædam, seu potius inertia, qua mutationi resistunt, unde est quod difficulter admodum è statu suo, qualiscunque is sit, deturbentur; vis vero illa eadem est in corporibus motis ac quiescentibus, nec minus resistunt corpora actioni, qua à motu ad quietem reducuntur, quam ei, qua à quiete ad motum transeunt; hoc est, non minor requiritur vis ad corporis alicujus motum sistendum, quam prius necessaria fuit ad eundem motum eidem corpori imprimendum: unde cum vis inertiæ æqualibus mutationibus æqualiter semper resistit, illa non minus efficax erit, ut corpus in motu semel incepto perseveret, quam ut corpus quiescens semper in eodem quietis statu permaneat.

Quidam sunt Philosophi, qui corpus ex sua natura tam ad motum quam ad quietem indifferens esse supponunt; at per indifferentiam illam non (ut opinor) intelligunt talem in corporibus dispositionem, per quam quieti aut motui nihil omnino resistunt; quippe hoc posito, sequeretur corpus quodvis maximum summa celeritate motum à minima quavis vi posse sisti; aut si quiesceret magnum illud corpus, ab alio quovis minimo propelli, absque ullo velocitatis corporis impellentis decremento; hoc est, corpus exiguum quodvis in aliud maximum impingens, posset illud secum abripere sine ulla

ipsius

ipſius retardatione; & utrumque corpus poſt impulſum junctim ferrentur ea celeritate, quam prius corpus illud exiguum habebat, quod abſurdum eſſe omnes novimus; non igitur indifferentia illa ſita eſt in non renitentia ad motum ex ſtatu quietis, aut ad quietem ex ſtatu motus, ſed in eo ſolum, quod corpus ex ſua natura non magis ad motum quam ad quietem propendet, nec magis reſiſtit tranſire à ſtatu quietis ad motum, quam à motu rurſus ad eandem quietem redire; poteſt præterea corpus quodvis quieſcens à quavis vi moveri; poteſt æqualis Vis ſecundum contrariam directionem agens motum illum deſtruere; atque in hoc, indifferentiam illam ſitam eſſe volunt.

Cum, ſecundum expoſitam naturæ legem, corpus omne ſemel motum in eodem motu ſemper perſeveret, quærunt Philoſophi cur projecta omnia motum ſuum (quem violentum vocant) ſenſim amittunt? cur non in infinitum pergunt? Si motus ex ſua natura non langueſceret, potuiſſet lapis ex manu projicientis ſub initio mundi emiſſus ſpatium fere immenſum, & tantum non infinitum, pertranſiſſe. Sic quidem potuit, ſi in vacuo ſeu ſpatiis liberis motus abſque gravitate fieret. Verum cum omnia projecta vel per aërem vel ſuper aliorum corporum ſuperficies ſcabras ferantur, exinde provenit eorum retardatio; cum enim neceſſe ſit, ut mobilia aërem obſtantem è loco ſuo pellant & dimoveant, vel ut ſuperficiei, ſuper quam moventur, ſcabritiem vincant, oportet ut vim & motum illum omnem amittant, qui hiſce obſtaculis continuo impenditur, & proinde projectorum motus ſemper diminuetur; ſi vero nulla eſſet medii reſiſtentia, nulla ſuperficiei, ſuper quam decurrunt mobilia, aſperitas, nulla gravitas quæ corpora terram verſus continuo pelleret, abſque omni retardatione idem ſemper continuaretur motus. Sic in cœlis, ubi medium tenuiſſimum eſt, Planetæ diutiſſime ſuos conſervare poſſunt motus, & ſuper glaciem aut alias ſuperficies politas ſeu minime ſcabras corpora ponderoſiora ſerius ad quietem reducuntur.

Deſi-

Desinant jam Philosophi continuati motus exquirere causam, alia quippe agnoscenda est nulla, præter primam illam, quæ non modo motum sed res omnes in *Esse* suo conservat, Deum scil. Opt. Max. nec alia ratione perseverat motus, quam qua continuatur corporis alicujus figura, color, aut aliæ quævis istiusmodi affectionum, quæ semper eædem permanerent nisi vis aliqua externa eas turbaverit.

Multo quidem rectius & magis secundum bonæ methodi leges egissent, si rationes retardati & amissi motus investigassent: verum quosdam in hac re adeo cæcutire deprehendimus ut illud ipsum ponant causam continuati motus, ex quo revera ejus retardatio provenit.

Desinant etiam Philosophi de communicatione motus tantas lites movere; ex supra positis enim facile intelligitur, cur lapis ex projicientis manu tanto cum impetu emittitur: quippe quum lapis in manu continetur, necesse est ut de motu ipsius manus participet (per Axiom. 8.) adeoque eadem celeritate & versus eandem plagam, qua ipsa manus, feretur; sed corpus omne naturale semel motum in eodem perseverat motu (per legem supra positam) donec ab agente externo impediatur; unde cum projiciens manum suam retrahit, lapis non retractus recta progredietur. Eodem prorsus modo, si navis aut cymba ventis vel remis celeriter agatur, qui in ipsa sedent eundem celerem motum ipsis communicatum habent; at si subito sistatur navis, res omnes in navi positæ motum suum continuare conantur, & quæ ipsi navi firmiter non adhærent, post illius quietem relictis locis suis etiamnum progrediuntur; atque hinc periculum est ne homines in navi relative quiescentes, post tam subitam & quasi violentam status sui mutationem, prorsum præcipitentur, cum scil. motus, quem prius ab ipsa navi accepere, nondum destructus sit.

Si lapis in funda celeriter circumagatur, ea celeritate circulum describit quam habet ea fundæ pars, in

in qua ponitur; cum vero corpus omne ſecundum rectam lineam progredi affectet, lapis in ſingulis orbitæ ſuæ punctis, ſecundum lineam orbitam in puncto in quo eſt tangentem egrederetur, niſi à filo detentus eſſet; adeoque ſi filum demittatur, rumpatur, vel alio quovis modo lapidem cohibere deſinat, lapis non ulterius in circulo ſed ſecundum rectam lineam movebitur, ſecluſo motu ex ipſius gravitate orto.

Conatus ille, quem lapis circumgyratus habet in quovis ſuæ orbitæ puncto ſecundum tangentem egrediendi, filum per quod in orbita detinetur tendit, & vis illa, qua filum tenditur, ex vi centrifuga oritur, per quam ſcil. à peripheria recedere conatur. Tenſionem hanc quiſque in funda facile experiri poteſt; & per experientiam invenimus, quo celerius circumgyratur lapis, vel etiam quo majus materiæ pondus in funda ponitur, eo majorem fieri fili tenſionem.

Ob hanc rationem volunt quidam Philoſophi centrifugam hanc vim à ſola gravitate proficiſci, huic tamen ſententiæ nec ratio nec experientia favet; nam in funda non ſolum tenditur funis cum lapis partem ſuæ orbitæ infimam percurrit, ſed etiam dum ſuperiorem partem deſcribit; quod à gravitate oriri non poteſt, cum gravitas lapidem in ſuperiore ſuæ orbitæ parte, tantum urgere poteſt verſus centrum, quæ directe contraria eſt vi centrifugæ quæ illum à centro recedere cogit; præterea cum lapis in plano horizontali in circulo revolvitur, filum quoque tenditur; ſed gravitas tenſionem illam in illo plano nullo modo producere poteſt, cum lapis nec ſurſum nec deorſum fertur, cujus proinde motus à gravitate hac nec augebitur nec minuetur; non igitur à gravitate oritur vis centrifuga, ſed à ſolo conatu quem habent corpora omnia ſecundum rectam lineam progrediendi.

Si terram circa ſuum axem rotari ſupponamus, nos omnes qui in ejus ſuperficie degimus una cum ipſa revolveremur; adeoque ſi ſubito ſiſteretur ejus motus,

res

res omnes ipſi firmiter non adhærentes vehementi motu excuſſæ ab illa recederent; ſic etiam ſi circa ſolem motu annuo deferatur, & ſubito illa revolutio ſiſteretur, res omnes excuſſæ, planetarum inſtar, circa ſolem gyrarentur, ob eandem cauſam qua prius ipſa tellus circa ſolem movebatur.

Cum tellus circa axem vertatur, & res omnes in ipſa circulos deſcribant æquatori parallelos, quærunt Philoſophi unde ſit, ut corpora omnia ab ejus ſuperficie non excutiantur, cum per naturæ legem corpora omnia motum ſecundum rectam lineam affectant? Sic quidem excuterentur, niſi alia adeſſet vis, per quam ad terram detinentur, quæ eſt ipſa gravitatio vi centrifugâ multo potentior.

Si vas aquæ plenum in plano quovis horizontali ponatur & ſubito vi ſatis magna impellatur, aqua in vaſe ſub initio verſus partes motui vaſis contrarias tendere videbitur; non quod revera talis motus aquæ impreſſus eſt, ſed cum illa in eodem quieſcendi ſtatu permanere conatur, vas motum ſuum aquæ intra ipſum contentæ communicare ſtatim non poteſt, & proinde aqua à vaſe derelicta, & revera quieſcens, locum ſuum relativum mutare videbitur. Tandem poſtquam vaſis motus aquæ impreſſus eſt, & illa una cum vaſe uniformiter & eadem celeritate progredi cœperit, ſi ſubito ſiſtatur vas, aqua tamen in eodem motu perſeverare conabitur, & ſuper vaſis latera aſſurgens pars illius ulterius progredietur.

Si navis tempeſtate & turbulento mari jactetur, in ipſa ſedentes homines & relative quieſcentes doloribus, ægritudine, nauſea & vomitu afficientur, præſertim ſi mari minus aſſueti fuerint; cum ſcil. liquores in ipſorum ventriculis, inteſtinis, vaſis ſanguiferis, & cæteris ductibus contenti, navis jactationibus non ſtatim obediunt, unde in corpore humano fluidorum motus turbabitur, & morbi orientur.

LEX

LEX. II.

Mutatio motus eſt ſemper proportionalis vi motrici impreſſæ, & fit ſemper ſecundum rectam lineam, qua vis illa imprimitur.

Sequitur ex axiomate 4; ſi enim vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit; & hic motus quoniam in eandem ſemper plagam cum vi generatrice determinatur (quippe ab illa tantum oritur) fiet ſemper ſecundum eandem plagam (per legem primam;) nec poteſt corpus ſecundum aliam quamvis plagam deflectere, niſi adſit nova vis priori obſtans; adeoque ſi corpus antea movebatur, motus ex vi impreſſa productus motui priori vel conſpiranti additur, vel contrario ſubducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo ſecundum utriuſque determinationem componitur.

Si vis aliqua in dato corpore motum producat, (per legem primam) corpus illud in motu ſuo ſemper perſeverabit; ſi vero poſtea vis eadem vel æqualis ſecundum eandem directionem rurſus in idem corpus agat, motus exinde productus priori æqualis erit, & proinde ſumma motuum prioris dupla erit; ſi denuo vis eadem tertio in idem corpus ſimiliter agat, motus hinc ortus erit etiam primo æqualis, & proinde ſumma motuum erit motus primo impreſſi tripla; & ſimiliter ſi vis eadem rurſus in idem corpus ageret, omnium motuum ſumma erit primo impreſſi quadrupla, & ſic continuo.

Hinc ſi vis hæc nova æqualibus temporum intervallis continuo æqualiter ageret, motus exinde ortus eſſet ut ſumma temporum quibus generatur; adeoque, cum ob datum corpus, motus ſit ut velocitas, erunt velocitates ſic genitæ ut tempora ab initio motus, & motus eſſet æqualiter acceleratus; hinc ſequentia Theoremata facile demonſtrantur.

THEOR.

THEOR. XVI.

Si corpora in omnibus à terra distantiis æqualiter gravitarent, esset motus corporum sua gravitate in eadem recta cadentium motus æquabiliter acceleratus.

Supponatur tempus in quo grave cadit divisum esse in particulas æquales & valde exiguas, & gravitas prima temporis particula agens corpus versus centrum pellat; si jam post primum illud tempus omnis gravitatis actio cessaret & corpus desineret esse grave, nihilominus motus ex primo impulsu acceptus semper continuaretur & corpus ad terram æqualiter accederet (per legem primam;) verum cum corpus continuo sit grave, & gravitas indesinenter agat, etiam in secunda temporis particula eadem gravitatio alium impulsum priori æqualem ipsi communicabat, & corporis velocitas post duos hos impulsus prioris dupla erit; & si vis gravitatis omnino tolleretur, corpus tamen cum eadem celeritate in eadem recta moveri perseverabit; cum vero & tertiâ temporis particulâ corpus eadem gravitate urgeatur, alium quoque motum priorum utrivis æqualem post tertium illud tempus acquiret; sic etiam in quarta temporis particula gravitatio quartum impetum singulis priorum æqualem ipsi gravi superaddit; & sic de cæteris. Impetus igitur seu motus corporis dati à gravitate acquisiti sunt ut particulæ temporis ab initio elapsæ; adeoque cum actio gravitationis sit continua, si particulæ illæ infinite exiguæ sumantur, erit corporis cadentis motus ex gravitate acquisitus, ut tempus ab initio casus elapsum; cumque corpus datum sit, erit motus ut ipsius velocitas, ergo velocitas erit semper ut tempus in quo acquiritur. Gravi igitur cadenti æqualibus intervallis æqualia accedunt velocitatis incrementa, & proinde ejus motus erit uniformiter acceleratus. Q. E. D.

Similiter

Similiter ex iisdem principiis demonstrari potest corporum in eâdem rectâ sursum tendentium motum esse æquabiliter retardatum; cum scil. vis gravitatis, contra motum inceptum continuo & æqualiter agens, æqualibus temporibus æqualiter ipsius motum minuat, usque dum motus omnis sursum omnino sublatus sit.

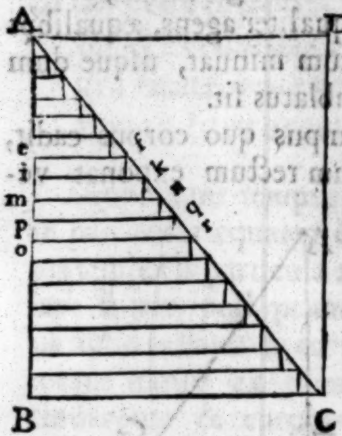
Cor. Recta AB exponat tempus quo corpus cadit, & BC cum AB faciens angulum rectum exponat velocitatem in fine istius casus acquisitam, jungatur AC, & per punctum quodvis D ducatur DE ad BC parallela; erit hæc ut velocitas in fine temporis AD acquisita. Nam (ob triangula ABC ADE æquiangula) est AB ad AD sicut BC ad DE; sed BC repræsentat velocitatem in tempore AB, quare (cum velocitates sunt ut tempora) DE repræsentabit velocitatem acquisitam in fine temporis AD: similiter FG repræsentabit velocitatem in puncto temporis F, & in omnibus temporis punctis velocitates erunt ut rectæ intra triangulum per ipsum ductæ & basi BC parallelæ.

THEOR. XVII.

Si grave ex quiete, motu uniformiter accelerato descendat; spatium, quod ab ipso in dato ab initio motûs tempore percurritur, dimidium erit istius quod in illo tempore uniformiter percurri potest cum ea velocitate, quæ fine istius temporis à gravi cadente acquiritur.

Sit AB tempus in quo cadit grave, sitque BC velocitas ultimò acquisita, compleatur triangulum ABC & rectangulum ABCD; porro distinguatur tempus AB

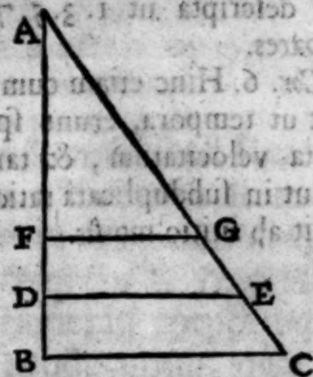
AB in innumeras particulas *ei*, *im*, *mp*, &c. Ducantur *ef*, *ik*, *mn*, *pq*, &c. basi parallelæ; (per Cor. præced.) *ef* erit ut velocitas gravis in temporis particulâ infinite exiguâ *ei*; & *ik* erit ejus velocitas in particula temporis *im*; item *mn* erit ipsius velocitas ad punctum temporis *mp*; & sic *qp* erit velocitas in temporis particula *po*; (sed per Cor. Theor. 7.) spatium in quovis tempore & cum quavis celeritate percursum est ut rectangulum sub eo tempore & celeritate; quare erit spatium percursum tempore *ei* cum velocitate *ef* ut rectangulum *if*; sic spatium percursum tempore *im* cum celeritate *in* erit ut rectangulum *mb*; sic etiam spatium percursum cum celeritate *mn* tempore *mp* erit ut rectangulum *pn*; & sic de cæteris. Quare erit spatium percursum in omnibus hisce temporibus, ut omnia hæc rectangula seu ut rectangulorum omnium summa; cum autem temporis particulæ infinite exiguæ sint, erit omnium rectangulorum summa æqualis triangulo ABC; est vero (per supra citatum Corol. Theor. 7.) spatium à mobili percursum tempore AB cum uniformi celeritate BC ut rectangulum ABCD; unde erit spatium percursum à gravi in dato tempore cadenti ex quiete, ad spatium percursum in eodem tempore cum velocitate uniformi æquali ei quæ ultimo acquiritur à gravi cadente, ut triangulum ABC ad rectangulum ABCD; sed triangulum ABC est dimidium rectanguli ABCD, unde erit spatium quod à gravi cadente ab initio casus in dato tempore percurritur, dimidium ejus quod percurri potest in eodem tempore cum velocitate ultimò acquisitâ. Q. E. D.



Cor.

Cor. 1. Spatium, quod percurritur cum velocitate CB in tempore æquali dimidio ipſius AB, æquale erit ſpatio à gravi cadenti, tempore AB percurſo.

Cor. 2. Ex ipſa demonſtratione ſequitur quod ſicut ſpatium percurſum tempore AB repræſentatur per triangulum ABC, ſic ſpatium tempore AF à gravi emenſum per triangulum AFG repræſentari poſſe; item ſpatium peractum tempore AD per triangulum ADE exponetur.



Cor. 3. Spatia percurſa ab initio caſus computando, ſunt in duplicata ratione temporum; nam ſpatium percurſum tempore AB eſt ad ſpatium percurſum in tempore AF ut triangulum ABC ad triang. AFG; ſed (ob ſimilia triangula ABC AFG) triangulum ABC eſt ad triangulum AFG in duplicata ratione leteris AB ad latus AF: adeoque erit ſpatium percurſum tempore AB ad ſpatium percurſum tempore AF in duplicata ratione temporis AB ad tempus AF. Sunt igitur ſpatia percurſa à gravi è quiete cadente, ut quadrata temporum quibus percurruntur.

Cor. 4. Hinc ſi grave in dato tempore è quiete cadens percurrat ſpatium quodvis, ſpatium in duplo tempore percurſum erit prioris quadruplum, in triplo tempore ſpatium peractum erit novies majus quam illud quod primo percurritur, *&c.* Hoc eſt, ſi tempora ſumantur ut 1.2.3.4.5. *&c.* ſpatia hiſce temporibus deſcripta ab initio motus computando erunt ut 1.4.9.16.25.

Cor. 5. Cum ſpatium percurſum in primo tempore ſit ut 1, in ſecundo ut 4, computando ab initio, erit ſpatium in ſecundo tempore ſeorſim deſcriptum ut 3; eodem modo cum ſpatium deſcriptum in fine temporis tertii ſit ut 9, & in fine temporis ſecundi ut 4, erit ſpatium

tium descriptum in tempore tertio seorsim sumpto ut 5; & sic de cæteris : sumendo igitur temporis partes æquales, erunt spatia à gravi è quiete cadenti in singulis seorsim descripta ut 1. 3. 5. 7. 9. 11. *&c.* scil. ut numeri impares.

Cor. 6. Hinc etiam cum velocitates cadendo acquisitæ sint ut tempora, erunt spatia percursa etiam ut quadrata velocitatum, & tam velocitates quam tempora erunt in subduplicata ratione spatiorum per quæ grave cadit ab initio motûs.

LECTIO

LECTIO XII.

LEX III.

Actioni semper contraria & æqualis est Reactio; seu corporum duorum actiones in se mutuo æquales sunt, & in partes contrarias diriguntur. Hoc est, per actionem & reactionem æquales motûs mutationes in corporibus in se invicem agentibus producuntur, quæ mutationes versus contrarias partes imprimuntur.

HÆC Lex non aliter melius quam per exempla potest illustrari.

1. Si corpus unum in alterum quiescens impingat, quicquid motus quiescenti imprimitur, tantundem præcise impingenti subtrahitur. *v. g.* Si corpus A cum duodecim motus partibus versus corpus B feratur, & postquam in illud impegerit communicenter ipsi B 5 partes motus, restabunt ipsi A motus partes tantummodo 7, adeoque

mutationes quæ utrique corpori contingunt æquales erunt; idemque omnino erit effectus ac si vis 5 partibus motûs æquipollens impelleret corpus B versus C, & alia huic æqualis in corpus A ageret, & ipsum in contrarias partes versus H urgeret.

2. Si corpus B non quiescat, sed tendat versus C, & corpus A celerius motum in ipsum impingat; tantundem

tundem motus deperdet corpus A quantum corpus B lucratum est, & mutationes motus per impulsum in utroque corpore productæ (hoc est incrementum motus unius & decrementum alterius) æquales erunt.

3. Si corpora A & B sibi obviam veniant, & A feratur versus C cum 12 motus partibus, B vero versus D cum tribus motus partibus; qualiscunque motus mutatio corpori B accidat, eadem omnino corpori A continget: *v. g.* si post occursum feratur B versus C cum partibus motus duabus, mutatio motus quæ ipsi inducta est erit partium quinque; æqualis scilicet summæ duorum motuum, illius nempe quo prius versus D ferebatur, quique per impulsum corporis A destructus est, & illius qui de novo recipitur cum quo versus plagam C tendit; & motus in corpore A amissus hisce 5 motus partibus præcise æqualis erit: adeoque (ut in primo exemplo) idem omnino sequitur effectus, qualis fuisset, si vis cum 5 motus partibus pelleret B versus C, & alia huic æqualis in corpus A imprimeretur, quæ illud versus partes D ageret.

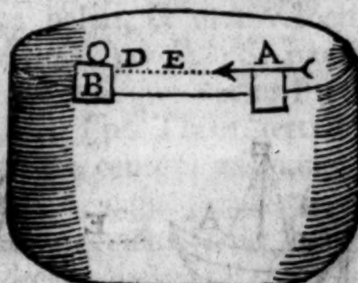
Verum universaliter ictus magnitudo quæ ab occursu duorum corporum oritur, in utroque corpore semper æqualiter recipitur, unde & mutationes motus quæ ab ictu producuntur in utroque corpore semper æquales erunt.

Sic si malleus ferreus vitrum percutiat, ictus tam in malleo quam in vitro æqualiter recipitur, & vitrum frangitur, ferro integro manente, non quod major est vis percussionis vitro impressa, quam est illa quæ in malleo recipitur, sed quia partes ferri duriores & firmius inter se cohærentes, multo fortius eidem percussionis vi resistunt, quam vitri particulæ fragiles & minus cohærentes; eodem prorsus modo si corpus aliquod tenui filo muro alligetur, parva vis sufficiens erit ad illud divellendum; si vero prægrandi fune idem corpus muro alligatum esset, vis prior æqualiter applicata parum proficeret ad corpus avellendum.

4. Si

4. Si equus lapidem funi alligatum trahat, retrahetur etiam equus æqualiter in lapidem; nam funis utrinque diſtentus eodem ſe relaxandi conatu æqualiter urgebit lapidem verſus equum, & equum verſus lapidem; unde attractionis vires, tam in equo, quam in lapide, æquales erunt; verum cum tanta ſit firmitudo & vis equi ſolo inſiſtentis, ut tractioni funis reſiſtere poſſit, ille funi trahenti minime cedet, nec per ejus vim è loco ſuo dimovebitur; at lapis, cui non tanta ineſt reſiſtendi vis, verſus equum promovebitur.

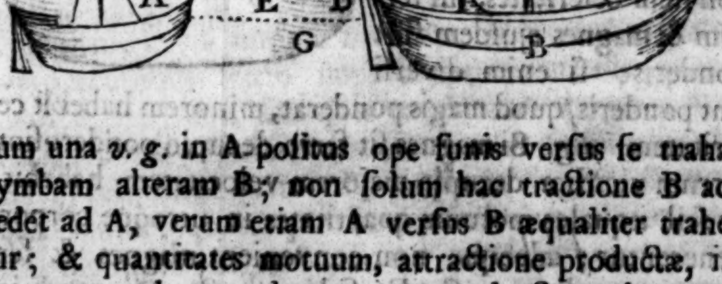
5. In attractionibus magneticis, non ſolum magnes trahit ferrum, verum & æqualiter viciſſim ab ipſo ferro trahitur; quod experientia conſtat: imponatur enim magnes ſuberis fruſto B, & ferrum A ſimiliter alio ſuberis fruſto imponatur, & tam magnes quam ferrum aquæ innatent; deinde manu teneatur magnes, & ferrum videbimus ad magnetem accedere; ſi vero ferrum immobile teneatur, ad illud accedere magnetem deprehendemus; ſed ſi utrumque corpus aquæ libere innatare permittatur, magnes & ferrum ſibi mutuo obviam ire conſpicientur, & attractionis vis in utrumque æqualiter agit, æquales motus in utroque producendo: dico motus æquales fore; non item celeritates, niſi ferrum & magnes ejuſdem ſint ponderis; ſi enim diverſi



ſint ponderis, quod magis ponderat, minorem habebit celeritatem. *e. g.* Si magnes ſit ferro decuplo ponderoſior, ferrum viciſſim decuplo majorem velocitatem habebit; ut ſcil. æquales motuum quantitates in utroque corpore generentur; adeoque non convenient magnes & ferrum in medio puncto E, ſed in puncto D, quod ita dividet diſtantiam B A, ut B D ſit ad D A ut pondus A ad pondus B; ſic in allato exemplo, ſi B D ſit totius

distantiæ pars undecima, punctum D erit ubi magnes & ferrum sibi mutuo occurrent; cum enim BD sit pars undecima distantiæ BA; erit BD ad DA ut 1 ad 10; sed ut 1 ad 10 ita (per superius dicta) erit velocitas corporis B ad velocitatem corporis A; quare cum spatia percursa in dato tempore sint velocitatibus proportionalia, tempore, quo corpus A percurret spatium AD, corpus B cum decimâ velocitatis parte latum percurret spatium æquale decimæ istius spatii parti; adeoque in puncto D post illud tempus reperietur, in quo igitur puncto magnes & ferrum sibi mutuo occurrent. Eodem modo duo magnetes suberis diversis particulis impositi, si eorum poli amici invicem obvertantur, æqualiter sese mutuo attrahent: si vero poli inimici sibi invicem juxta ponantur, poli hi sese mutuo fugient, & quantitates motuum, vi fugæ productæ, in utroque æquales erunt.

6. In aliis attractionibus idem ostenditur. Sint enim duæ cymbæ A & B aquæ innatantes, & homo in illa-



rum una *v. g.* in A positus ope funis versus se trahat cymbam alteram B; non solum hac tractione B accedet ad A, verum etiam A versus B æqualiter trahetur; & quantitates motuum, attractione productæ, in utraque cymba æquales erunt; unde si cymbæ pondere sint æquales, cæteris paribus, æquales habebunt velocitates, & in medio puncto E conveniunt. Sin una

illarum

illarum altera major sit, hoc est, majorem habeat in se materiæ quantitatem, seu majus pondus, quæ major est, minus habebit velocitatis; *e. g.* si cymba B sit decuplo major cymba A, velocitas ipsius A decupla major erit velocitate cymbæ B, & cymbæ convenient in puncto G, quod ita dividit illarum distantiam primam A D ut A G sit decuplo major quam G D; hoc est, erit G D pars undecima totius distantiæ A D; si vero B sit navigium mellecuplo vel decemmillecuplo majus quam A, ipsius velocitas erit millecuplo vel decemmillecuplo minor velocitate A, adeoque vix sensibilis. Si jam B sit aliud corpus infinite magnum, illius velocitas erit infinite parva, hoc est, prorsus nulla respectu velocitatis ipsius A. Hinc si funis littori alligetur & homo in cymba per funem trahat ad se littus, cymba ad littus accedet, & littus ad cymbam; cum vero littus reliquæ terrenæ moli firmiter adhæret, ejus magnitudo, quæ eadem est, cum totius terræ magnitudine respectu cymbæ erit valde immensa & tantum non infinita, adeoque ejus velocitas erit fere infinite exigua & (ut dicam) nulla; ac proinde littus potest tanquam firmus obex considerari qui cedere nescit, & tota velocitas tanquam cymbæ inhærens æstimari potest. Si navigii B pondus sit mille talentorum & feratur versus F cum velocitatis gradibus centum, erit (per Theor. tertium) momentum illius navigii partium centum millium; si jam navigio B alligetur cymba A, cujus pondus sit decem talentorum, quicquid motûs communicatur hac ratione cymbæ A, tantundem decedit navigio B. Adeoque

7. Si quis in cymba A trahat funem A E, per quem navigio B alligatur, ita ut hac tractione cymba promoveatur cum quingentis velocitatis partibus, erit motus exinde ortus 5 millium partium; & tantundem sui motus amittet navigium B, cui proinde restabunt motus partes nonaginta quinque mille, unde erit velocitas navigii B partium nonaginta & quinque.

8. Si quis in navigio A sedens per contum aut aliud ejusmodi

ejusmodi instrumentum pellat aut protrudat navigium B versus partes F, per illam trusionem retro cedet etiam navigium A versus partes contrarias, ita ut in utroque navigio æquales sint motus quantitates, quæ ab hominis propellentis vi oriuntur; unde si navigium B sit decuplo majus navigio A, decuplo minorem habebit velocitatem; si centuplo sit majus, habebit vicissim centesimam partem velocitatis navigii A; adeoque si B sit corpus quodvis immensum, erit velocitas navigii A immensa respectu illius quæ inveniri debet in cymba B, unde si quis in nave sedens per contum, terram & littus à se protrudat, recedit hac trusione navis à littore; littus enim tanquam corpus immensum & firmus obex respectu navis considerari potest; cujus proinde velocitas erit minima aut plane nulla respectu illius quæ in navigio reperitur.

Si navigium E D G remis agatur, cum aqua per remorum palmulas A B retro pellitur versus partes C, illa rursus æqualiter in remos reaget, eosque una cum navigio, cui affixi sunt, versus partes H propellet, ob quam solam causam promovebitur navigium, si enim nulla esset reactio & aqua nullum imprimeret motum remis versus partes H, cum ipsa in contrarias partes per remos truditur, subsisteret navigium; quandoquidem nihil esset quod illud versus plagam H propelleret; verum cum aqua reagendo tantum motûs imprimit navigio E D quantum ipsa exinde per remos acceperit, hinc sequitur quo majores sunt remorum palmulæ, vel numero plures, cæteris paribus, vel etiam quo celerius intra aquam agantur, eo concitatiori impetu progredi navigium.

Hinc cum natatio nihil aliud sit quam brachiorum pedumque

dumque remigium, facile intelligitur cur intra aquas promovemur natando; cum scil. per manuum pedumque palmas aqua impellitur retrorsum, illa reagendo in contrariam plagam natantes propellet, ita ut motus in aquâ genitus æqualis sit motui, quo natantes progrediuntur. Idem etiam dicendum est de avium volatu, cum enim aves per alas suas aërem deorsum feriunt, aër reagendo eas sursum elevabit; si versus orientem aërem pellant, reactio aëris ipsas in occidentem tendere cogit. Sic pulvis pyrius intra tormentum bellicum accensus rarefit, & vi suâ æqualiter agit in globum missilem & tormentum unde globus expellitur; aër enim rarefactus in omnem partem se expandere satagens, æqualiter tam tormentum retrorsum quam globum antrorsum urgebit, & inde elater in utroque æquales motûs quantitates producet; & dividendo has motuum quantitates tam per pondus tormenti quam per pondus globi, velocitates exinde ortæ erunt ponderibus reciproce proportionales.

Cum omnia corpora in superficie terræ posita versus terram gravitent, vicissim tellus in corpora singula gravitabit & versus illa attrahetur; & motus hac attractione geniti cum in terra tum in corporibus gravibus descendentibus æquales erunt; ita si lapis vi gravitatis suæ deorsum ad terram cadat, terra vicissim ad lapidem assurget; cum vero quantitas materiæ in terra immense superat quantitatem materiæ in lapide, velocitas lapidis vicissim immense superabit velocitatem, quâ terra ad lapidem tendit, adeoque (si physice loquamur) velocitas terræ nulla erit; quod calculo sic patebit: ponamus lapidem centum pedum solidorum versus terram descendentem: spatium à lapide tempore unius minuti secundi decursum erit quindecim circiter pedum: sed (juxta illos qui de terræ dimensione scripserunt) tota globi terraqui moles continet pedes solidos 30 000 000 000 000 000 000 000; ponamus jam terram ubique esse ejusdam densitatis cum vulgaribus lapidibus (quamvis omnino credibile est ipsam esse multo densiorem) Unde

erit

erit materiæ quantitas in terra, ad quantitatem materiæ in lapide centum pedum, ut 300 000 000 000 000 000 000 ad 1; & proinde dum lapis centum pedum gravitate impulſus deſcendere debet per ſpatium quindecim pedum, terra verſus lapidem trahetur per unius pedis partes $\frac{15}{300\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$ quæ tantilla eſt quantitas ut ipſam imaginandi vim effugiat: & proinde in Phyſica negligi poteſt & pro nulla haberi, quamvis Geometrice & ſeundum veritatem loquendo, dicendum eſt terram ad lapidem accedere & utrumque corpus æqualiter ſe mutuo trahere.

Si luna per gravitatem in ſua orbita detineatur ne à terra recedat; hoc eſt, ſi luna verſus terram gravitet, terra viciſſim & omnes ejus partes verſus lunam gravitabunt, & hinc continuus orietur fluxus atque refluxus maris; ſed hoc obiter, alibi enim motum maris fuſius explicabimus.

Sit navis in aquâ quieſcens quæ facile à quolibet impulſu externo moveri poteſt, nulla tamen eſt vis intra navem agens, eique ſolum innitens, quæ ipſam promovere poteſt; ſit enim G H navis & ponatur intra navem ma-

china quævis, *v. g.* corpus elaſticum A B C, quod vehementer conſtrictum reſilire per ſe poteſt; porro compreſſa machina, latus B C approximabitur lateri A B; elater naturali ſua energia ſeu vi ſua reſtitutiva ſe utrinque æqualiter explicare ſatagens, æqualiter impellet tabulatum D A verſus G, & tabulatum E F verſus

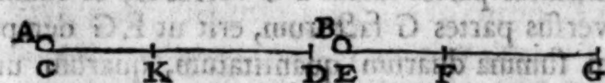
sus H; & proinde navis duobus hisce contrariis & æqualibus motibus impulsa non movebitur: eodem plane modo, si quis in prora stans ad H per funem trahat ad se puppim G, funis utrinque distentus relaxandi se conatu æqualiter urgebit puppim versus hominem trahentem, & trahentem versus puppim, cumque trahens ipsi proræ insistit, prora vicissim ad puppim æqualiter trahetur, unde & hi duo motus contrarii & æquales se invicem destruent, & nullus sequetur motus.

Ex hac lege sequentia demonstrantur Theoremata.

THEOR. XVIII.

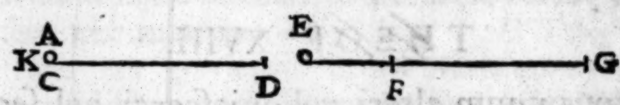
Si corpus unum alteri vel quiescenti vel secundum eandem directionem tardius moto impingat, summa motuum in utroque corpore versus easdem partes eadem manebit post impactum quæ fuit ante impactum.

Moveatur Corpus A secundum directionem C D à C versus D, atque in aliud corpus B impingat, quod

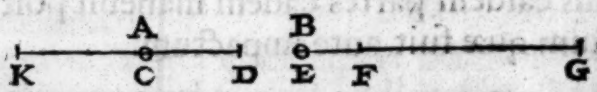


vel quiescat vel secundum eandem directionem tardius moveatur: dico summam motuum in utroque corpore versus easdem partes, à C scil. versus D, ante & post impulsum eandem manere. Exponat C D motum corporis A, & si corpus B moveatur, recta E F motum ejus exponat versus easdem partes, & proinde summa motuum per summam rectarum C D E F exponetur; cum jam actio & reactio æquales semper sint & contrariæ, æquales vires versus contrarias partes impressæ, æquales in utroque corpore producent motuum mutationes versus contrarias plagas; si igitur motus per impactum corporis A ipsi B impressus repræsentetur per F G,

F G, vis contraria & æqualis in corpus A agens tantundem ſubducet de ejus motu verſus eaſdem partes facto; adeoque ponendo DK ipſi FG æqualem, erit CK ut motus corporis A & E G ut motus corporis B poſt occurſum; & proinde ſumma motuum erit ut ſumma rectarum C K, E G; cum autem F G ſit æqualis K D, ſi utriſque addantur E F & C K erunt E G & C K æquales ipſis C D, E F: unde eadem manebit ſumma motuum verſus eaſdem partes & ante & poſt impulſum. Si F G ſit æqualis C D, punctum K coincidet cum C &



C K æqualis erit nihilo; unde poſt impulſum quieſcet corpus A. Si vero F G major ſit quam C D punctum



K cadet ultra C, & motus ipſius A erit negativus ſeu verſus contrarias partes factus à C verſus K, & ſumma motuum verſus partes G factorum, erit ut E G dempto C K; nam ſumma duarum quantitatum, quarum una eſt poſitiva, altera negativa, eſt ipſarum differentia. Quoniam autem $FG = KD$, utrique addatur $EF - CK$, & erit $EF + FG - CK$; hoc eſt, $EG - CK = KD + EF - CK$, hoc eſt, $EF + CD$; unde ſumma motuum verſus eaſdem partes, quæ hic eſt differentia motuum verſus contrarias partes factorum ante & poſt impactum, eadem manet. Q. E. D.

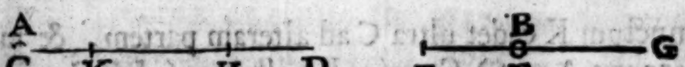
Cor. Eodem modo ſi plura corpora verſus eaſdem partes mota in ſeſe impingant, ſumma motuum verſus eaſdem partes non mutabitur.

THEOR.

THEOR. XIX.

Si duo corpora ad partes contrarias mota ſibi mutuo directe occurrant, ſumma motuum ad eandem partem (quæ eſt differentia motuum ad partes contrarias factorum) ante & poſt occurſum verſus eandem ſemper partem eadem perſeverabit.

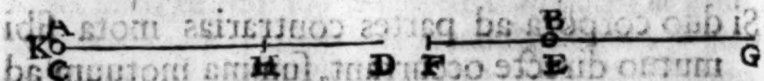
Moveatur corpus A à C verſus D, cujus motus exponatur per C D; B vero in contrariam partem ſcil. ab E



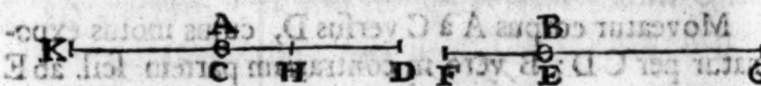
ad F moveatur, cum motu ut E F; ponatur DH ipſi EF æqualis; eritque C H, quæ eſt differentia motuum ad partes contrarias, ut ſumma motuum factorum ad partem G; dico eandem C H eſſe ut ſumma motuum verſus eandem partem G poſt occurſum. Sit enim motus corporis B poſt impactum verſus partem G, & per rectam E G repræſentetur; vis igitur impulſus in corpus B verſus partem G impreſſa, æquipollebit ſummæ motuum E F, E G, & per rectam F G repræſentabitur; nam per illam vim deſtruitur motus ut E F, verſus partem F, & novus ut E G imprimitur verſus contrariam partem G; cum vero vis impulſus æqualiter in utrumque corpus agit verſus contrarias partes, ſi fiat D K æqualis ipſi F G, hæc repræſentabit vim in corpore A exercitam verſus contrariam ejus motui plagam; adeoque ſi motus ut D K ſubducatur à motu ut C D, reſtabit C K ut verus motus corporis A verſus partem G. Jam cum D K æqualis ſit F G, & D H æqualis F E, erit D K, demptâ D H, hoc eſt, K H æqualis F G, demptâ F E, hoc eſt, E G: & proinde cum ſit K H æqualis E G, erit K H ut motus corporis B poſt occurſum; ſed C K eſt ut motus corporis A,

adeoque

adeoque CK KH, *i.e.* CH erit ſumma motuum in utroque corpore verſus partem G. Q. E. D. Si F G ſit æqualis



C D, cadet punctum K in C, & motus A erit æqualis nihilo, hoc eſt, quieſcet corpus A poſt impactum, & C H erit æqualis E G. Si vero F G major ſit quam C D,



punctum K cadet ultra C ad alteram partem, & motus corporis A erit à C verſus K; eſt vero (ob F G æqualem ipſi D K & F E æqualem D H) K H æqualis ipſi E G, & proinde ſi ab utraque dematur C K, erit C H æqualis rectæ E G, dempta C K; ſed C H erat ut ſumma motuum verſus partem G factorum ante occurſum, & eſt E G, dempta C K, ut ſumma motuum verſus eandem partem factorum, differentia ſcil. motuum verſus contrarias partes poſt occurſum. Quare eadem manebit ſumma motuum verſus eandem partem ante & poſt impactum.

Duo hæc ultima Theoremata ſimul & iiſdem verbis ſic optimè à *Newtono* enuntiantur.

Quantitas motus, quæ colligitur capiendo ſummam motuum factorum ad eandem partem, & differentiam factorum ad contrarias partes, non mutatur ab actione corporum inter ſe.

LECTIO

LECTIO XIII.

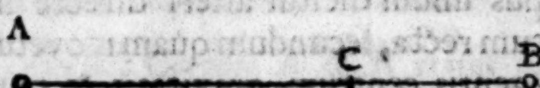
Definitiones Secundæ.

I. **CEntrum gravitatis cujuſque corporis eſt punctum illud intra corpus poſitum, per quod ſi utcunque incedat planum, quæ utrinque ſunt corporis gravis Segmenta circa planum illud librata æquiponderabunt.**

Hinc, ſi corpus ex centro ſuæ gravitatis ſuſpendatur, ſitum quemcunque datum retinebit; cum ſcil. partes corporis circa centrum undique æqualium momentorum conſiſtunt, ſeu æquales habent ad motum propenſiones.

II. **Duorum corporum commune gravitatis centrum vocamus punctum in recta ipſorum centra conjungente ita ſitum, ut diſtantiæ corporum ab illo puncto ſint in ratione reciproca corporum.**

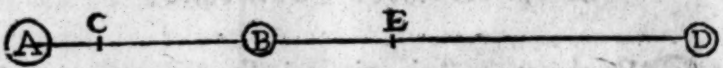
Sint duo corpora A, B, quorum gravitatis centra conjungat recta A B; quæ ita ſit in C diviſa, ut A C ſit ad B C, ut corpus B, hoc eſt, materia in B ad corpus A vel



materiam in A; punctum illud C dicitur commune corporum A & B centrum gravitatis; ideo ſcilicet, quia ſi corpora illa circa punctum illud in iiſdem ab ipſo diſtantiis rotarentur, ſitum quemcunque datum retinerent; (ut demonſtratum eſt in Theoremate 11.)

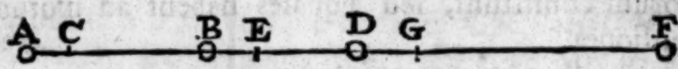
III. Simi-

III. Similiter, si sint tria corpora A, B, D, sitque C centrum gravitatis duorum A & B, & dividatur recta C D in E ita, ut C E sit ad D E ut



pondus corporis D ad pondus duorum A & B simul, dicitur punctum illud E trium horum corporum commune gravitatis centrum; circa quod etiam corpora illa rotata situm quemcunque datum retinerent.

IV. Eodem modo, si sint quatuor corpora A, B, D, F, & sit E commune centrum gravitatis



trium illorum A, B, D; punctum G, quod ita dividat rectam E F, ut E G sit ad G F ut pondus corporis F ad pondus corporum A, B, D simul, vocatur horum quatuor commune centrum gravitatis.

Atque eodem modo quinque aut plurium corporum commune centrum gravitatis definitur.

V. Corpus unum dicitur alteri directè impingere, cum recta, secundum quam movetur, per impingentis centrum gravitatis & punctum contactus ducta sit superficiei corporis, in quod impingitur, perpendicularis; aut etiam si non in puncto, sed in linea seu superficie sese tangant, cum recta illa sit huic sive lineæ sive superficiei perpendicularis.

VI. Obliquè

VI. Obliquè autem ſeu indirectè impingere dicitur, cum prædicta recta ſuperficiei corporis, in quod impingit, non ſit perpendicularis.

VII. Corpus perfectè durum appello, quod ictui nequaquam cedit; hoc eſt, quod ne pro minimo tempore figuram ſuam amittit.

VIII. Corpus molle eſt, quod ictui ita cedit, ut priſtinam figuram amittat, & nunquam ſe ad eandem reſtituere conatur.

IX. Corpus elaſticum eſt, quod ictui aliquantiſper cedit, ſe tamen in priſtinam figuram, ſua ſponte reſtituit.

X. Vis elaſtica eſt vis illa, quâ corpus de figura ſua detruſum ſeſe in priſtinam figuram reſtituit.

XI. Corpus perfectè elaſticum eſt quod ſe eadem vi in priſtinam figuram reſtituit, quâ ab eâ dimotum eſt.

THEOR. XX.

Si duo vel plura corpora motu æquabili, ſecundum eandem vel contrarias partes, ferantur, commune illorum centrum gravitatis ante mutuum occurſum, vel quieſcet, vel movebitur uniformiter in directum.

Caſus primus. Corpora A & B verſus partes contrarias cum motibus æqualibus tendant, quorum com-

mune gravitatis centrum ſit C. Ob æqualem in utroque corpore motûs quantitatem, erit velocitas corpo-

ris A ad velocitatem corporis B ut corpus B ad corpus A; hoc est, (ex natura centri gravitatis) ut AC ad BC; unde, cum spatia eodem tempore percursa sint velocitatibus proportionalia, dum mobile A percurrit longitudinem AC, longitudo BC percurretur à mobili B; adeoque concurrent corpora in puncto C, & in eo puncto erit ipsorum gravitatis centrum tempore concursûs; sed & ante concursum in eodem erat puncto, adeoque in eodem permansit loco.

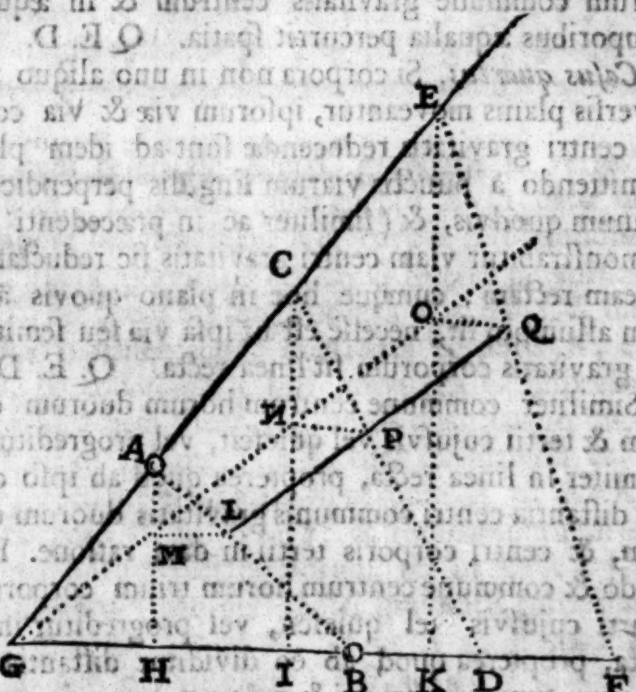
Eodem modo, si corpora cum æqualibus motibus à puncto C recederent, ostendetur ipsorum gravitatis centrum quiescere.

Casus secundus. Si corpora in eadem recta versus eandem partem, vel inæqualibus motibus versus contrarias, ferantur, illorum commune gravitatis centrum semper in eadem recta invenietur. Cum enim corpora uniformiter directè à sese recedant vel ad sese accedant, ipsorum à se invicem distantia uniformiter augebitur vel minuetur, & proinde corpora à puncto quovis prædictam distantiam in data ratione dividente uniformiter recedent, vel ad ipsum uniformiter accedent. Corporum igitur distantia à communi gravitatis centro uniformiter augebitur vel minuetur; quod fieri non potest, in prædictis casibus, nisi centrum illud vel quiescat (ut in primo casu) vel uniformiter moveatur, ut in præsenti casu.

Casus tertius. Moveantur corpora A & B in rectis AC, BD; sintque spatia à corpore A in æqualibus temporibus percursa AC, CE æqualia, & spatia à corpore B in iisdem temporibus percursa BD, DF quoque æqualia; concurrant rectæ AC, BD in G; & fiat ut AC ad BD ita AG ad GH; & jungatur AH; cui per C & E parallelæ ducantur CI, EK; erit AC ad HI ut AG ad GH, hoc est, ut AC ad BD; quare est HI = BD, & proinde HB = ID. Similiter est CE ad IK ut AG ad GH vel AC ad BD, hoc est, ut CE ad DF; quare est IK = DF, unde &

KF

KF = ID = HB. Sit L commune gravitatis centrum, cum corpora in punctis A & B locantur; ducatur LM ad BD parallela; erunt rectæ AB, AH similiter sectæ; jungatur GM & producatur; hæc secabit parallelas ipsi AH in punctis N & O; in eadem scilicet ratione quâ secta est AH vel AB; ducantur per N & O ad BD parallelæ NP, OQ; hæ



secabunt CD, EF in eadem ratione quâ sectæ sunt CI, EK, hoc est, in ea ratione quâ secta est AB in L; sed L est commune centrum gravitatis, cum corpora in A & B reperiantur; quare erit P ipsorum centrum, cum in punctis C & D fuerint, & Q illorum est centrum, cum corpora sint in punctis E, F. Præterea est ML ad HB ut AM ad AH, vel ut CN ad

ad C I, seu ut N P ad I D; sed sunt H B & I D æquales; quare & M L, N P æquales erunt; similiter N P & O Q æquales erunt; cum igitur rectæ M L, N P, O Q æquales sint & parallelæ, recta per L ducta & ad M O parallela transibit per puncta P & Q, & proinde centrum gravitatis semper in recta L Q locabitur: præterea (ob parallelas) est A C ad C E ut M N ad N O, hoc est, ut L P ad P Q; (quare ob A C = C E) erit L P = P Q. Semper igitur in eadem recta est corporum commune gravitatis centrum & in æqualibus temporibus æqualia percurrit spatia. Q. E. D.

Casus quartus. Si corpora non in uno aliquo sed in diversis planis moveantur, ipsorum viæ & via communis centri gravitatis reducendæ sunt ad idem planum, demittendo à punctis viarum singulis perpendicula in planum quodvis, & (similiter ac in præcedenti casu) demonstrabitur viam centri gravitatis sic reductam, esse lineam rectam; cumque hoc in plano quovis ad libitum assumpto sit, necesse est ut ipsa via seu semita centri gravitatis corporum sit linea recta. Q. E. D.

Similiter commune centrum horum duorum corporum & tertii cujusvis vel quiescit, vel progreditur uniformiter in linea recta, propterea quod ab ipso dividitur distantia centri communis gravitatis duorum corporum, & centri corporis tertii in data ratione. Eodem modo & commune centrum horum trium corporum & quarti cujusvis vel quiescit, vel progreditur in linea recta, propterea quod ab eo dividitur distantia inter centrum commune trium & centrum corporis quarti in eadem semper ratione; & sic de aliis quotcunque corporibus. Q. E. D.

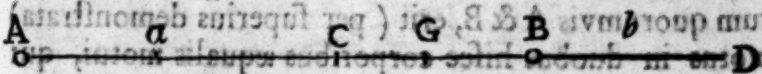
THEOR. XXI.

Si duo corpora, utcunque æqualia vel inæqualia, versus eandem partem, celeritatibus utcunque æqualibus vel inæqualibus ferantur,

summa

ſumma motuum in utroque corpore æqualis erit motui, qui oriretur, ſi utrumque corpus cum celeritate communis centri gravitatis latum eſſet.

Sint duo corpora A & B, quorum commune gravitatis centrum ſit C, & utrumque corpus feratur verſus D; dico ſummam motuum in utroque corpore æqualem fore motui, qui produceretur, ſi utrumque

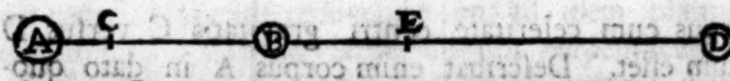


corpus cum celeritate centri gravitatis C verſus D latum eſſet. Deſcribat enim corpus A in dato quovis tempore longitudinem Aa, corpus B longitudinem Bb, & via à gravitatis centro C interea percurſa ſit CG; & (per theor. 6.) longitudines Aa, Bb, CG ſimul deſcriptæ repræſentabunt celeritates corporis A, corporis B, & communis centri gravitatis C reſpective; (per corol. autem theor. 3.) motus quantitas in quovis corpore eſt ut rectangulum factum ex materia & celeritate, adeoque erit motus in corpore A ut $A \times Aa$; & in corpore B, ut $B \times Bb$; & ſumma motuum erit ut ſumma horum rectangulorum, ſc. ut $A \times Aa + B \times Bb$. Eſt vero (per def. centri gravitatis corporum) BC ad AC ut A ad B, & ut A ad B ita etiam (per eandem definitionem) bG ad aG; quare erit BC ad AC ut bG ad aG; unde (per 19. Elementi quinti) BC eſt ad AC, hoc eſt, A ad B, ut $BC - bG$ ad $AC - aG$; hoc eſt, ut $CG - Bb$ ad $Aa - CG$; adeoque (per 16. El. 6.) $A \times Aa - A \times CG$ æquale erit $B \times CG - B \times Bb$; & proinde $A \times Aa + B \times Bb$ æquale erit $A \times CG + B \times CG$: ſed duo rectangula $A \times Aa$ & $B \times Bb$ ſunt (uti dictum eſt) ut ſumma motuum in utroque corpore, & duo rectangula ſub A & CG & ſub B & CG erunt ut ſumma motuum qui

 orirentur,

orirentur, ſi utrumque corpus cum celeritate C G centri gravitatis latum eſſet; unde erit ſumma motuum in utroque corpore æqualis motui, qui produceretur, ſi utrumque corpus cum celeritate communis centri gravitatis latum eſſet. Q. E. D.

Si tria ſint corpora A, B, D, ad eandem partem lata, quorum trium commune gravitatis centrum ſit E; erit ſumma motuum in tribus corporibus æqualis motui orto ex corporibus iiſdem cum velocitate puncti E latis. Sit enim C commune centrum gravitatis duorum quorumvis A & B, erit (per ſuperius demonſtrata) motus in duobus hiſce corporibus æqualis motui, qui

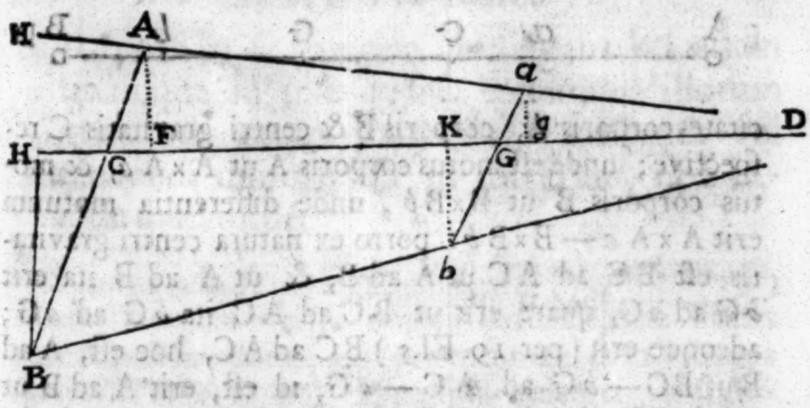


oriretur, ſi utrumque corpus in unum coaleſcens cum velocitate puncti C latum eſſet; ſed etiam ſumma motuum (ſcil. motus corporum ſic coaleſcentium & motus tertii corporis D) æqualis erit motui, qui fieret, ſi corpus ex duobus coaleſcens una cum corpore tertio D moveretur cum celeritate puncti E, unde liquet in hoc quoque caſu Theorema.

Eadem eſt demonſtratio, ſi corpora non in eadem recta ſed in parallelis vel etiam in rectis quomodocunque inclinatis moveantur. Sed in hoc caſu notandum eſt celeritatem corporum, qua verſus eandem plagam cum centro gravitatis feruntur non æſtimari à via quam revera percurrunt, ſed ſolum à via in quam ſecundum directionem centri gravitatis promoventur; *v. g.* ſi duo corpora A & B in rectis A *a*, B *b* ferantur, ſitque C G linea à communi centro gravitatis deſcripta, interea dum corpora percurrunt longitudines A *a*, B *b*, & demittantur à punctis A, *a*, B, *b*, in rectam C G perpendiculares A F, *a g*, B H, *b* K; ſpatia jam quæ ſecundum directionem puncti C corpora percurrunt non ſunt A *a*, B *b*, quæ ſunt ſpatia abſoluta ab iiſdem deſcripta; verum ſpatium ſecundum

quod

quod promovetur corpus A versus plagam D computandum est in recta F D, per longitudinem F g; tantum enim & non amplius secundum directionem puncti



C progreditur. Similiter spatium secundum quod promovetur corpus B versus plagam D est H K, & per illud spatium, ejus in recta H D progressus æstimatur; adeoque celeritates corporum quibus versus eandem partem feruntur sunt ut rectæ F g, H K; est præterea A ad B ut B C ad A C seu (ob æquiangula triangula A C F, B C H) ut H C ad F C; unde similiter procedet demonstratio ac in primo casu.

THEOR. XXII.

Si duo corpora versus contrarias partes ferantur, erit differentia motuum ad partes contrarias factorum, vel quod idem est, summa motuum ad eandem partem æqualis motui qui produceretur, si utrumque corpus versus eandem plagam cum celeritate communis gravitatis centri latum esset.

Sint corpora A & B quorum gravitatis centrum commune sit C, & moveatur corpus A ab A versus D, & corpus

corpus B versus contrariam plagam à B versus E; sint spatia à corporibus A, B & centro C simul descripta Aa, Bb, CG; hæc (per theor. 6.) repræsentabunt velo-

citates corporis A, corporis B & centri gravitatis C respective; unde est motus corporis A ut $A \times Aa$, & motus corporis B ut $B \times Bb$, unde differentia motuum erit $A \times Aa - B \times Bb$: porro ex natura centri gravitatis est BC ad AC ut A ad B, & ut A ad B ita erit bG ad aG, quare erit ut BC ad AC ita bG ad aG; adeoque erit (per 19. El. 5.) BC ad AC, hoc est, A ad B ut $BC - bG$ ad $AC - aG$, id est, erit A ad B ut $Bb + CG$ ad $Aa - CG$; quare erit (per 16. El. 6.) rectangulum sub A & $Aa - CG$ æquale rectangulo sub B & $Bb + CG$; hoc est, $A \times Aa - A \times CG = B \times Bb + B \times CG$, unde erit $A \times Aa - B \times Bb = A \times CG + B \times CG$; sed $A \times Aa - B \times Bb$ est (uti dictum est) differentia motuum versus contrarias partes vel summa motuum versus eandem, & $A \times CG + B \times CG$ est motus emergens, si utrumque corpus cum velocitate communis ipsorum centri gravitatis latum esset, unde liquet propositum.

Cor. 1. Si differentia motuum versus contrarias partes sit nihilo æqualis; hoc est, si in utroque corpore sint motuum quantitates æquales, commune gravitatis centrum in hoc casu quiescit.

Cor. 2. Si sint plura corpora vel omnia versus eandem vel quædam in contrarias partes lata, summa motuum ex omnibus versus eandem partem eadem erit, ac si omnia ad eam partem cum velocitate communis omnium gravitatis centri lata essent.

Cor. 3. Corporum igitur plurium motus ex motu centri gravitatis æstimandus est, & tantum eorum systema progreditur vel regreditur, tantum ascendit vel descendit,

descendit, quantum commune ipsorum gravitatis centrum progreditur, vel regreditur, ascendit aut descendit.

THEOR. XXIII.

Si corpora in se invicem impingant vel etiam utcunque in sese agant, communis illorum gravitatis centri status vel quiescendi vel movendi uniformiter in directum, non exinde mutabitur.

Si corpora in se invicem impingant, (per theor. 19.) summa motuum versus eandem partem eadem manet ante & post impulsum; sed (per theor. 21. & 22.) summa motuum ante & post impulsum eadem est, ac si corpora omnia cum velocitate communis gravitatis centri ad eandem cum ipso partem lata essent; quare cum eadem corpora habent motuum summas ante & post impulsum sibi invicem æquales, & etiam æquales motui orto ex omnibus simul cum velocitate communis gravitatis centri latis, liquet velocitatem communis gravitatis centri ante & post impulsum eandem manere. Q. E. D.

Hucusque leges quasdam generales ad corporum quorumcunque motus determinandos inservientes tradidimus, ad alias jam speciales congressuum regulas devenimus, quibus scil. corpora singula post occursum, & mutuum in se invicem impactum, motus suos continuant, & versus quas partes, & cum quibus velocitatibus singula tendant. Verum ob variam corporum structuram, prout scil. elastica vi pollent, vel destituuntur, pro diversis corporum generibus, regulæ congressuum diversæ erunt; & quamvis nullum fortasse detur corpus, quod sit vel perfecte durum, vel perfecte molle, vel perfecte elasticum, (omnia enim corpora aliquid ex hisce omnibus fortasse in se continent) id tamen non impedit, quin qualitates istas abstractione mentis separare

parare possimus, & corpus considerare tanquam unâ solummodo ex hisce qualitatibus præditum: & motus corporum eo magis ad regulas infra tradendas accedunt, quo magis corpora ipsa ejusmodi qualitatibus & conditionibus gaudent.

Supponimus hic corpora ab aliis omnibus ita esse divisa, ut eorum motus ab aliis circumjacentibus nec impediantur, nec juventur.

THEOR. XXIV.

Si corpus durum vel molle, corpori duro vel molli directe impingat, sive illud, in quod impingat, quiescat, sive versus eandem partem tardius moveatur, seu demum versus contrariam, sintque motus inæquales, utrumque corpus post impactum una cum communi gravitatis centro junctim movebitur.

Impingat corpus A in corpus B; quod vel quiescat, vel versus eandem plagam tardius, vel versus contrariam cum minore motu feratur; dico utrumque corpus post

impulsum eadem celeritate unà cum communi gravitatis centro junctim moveri. Cum enim corpus B non impediatur ab aliis corporibus circumjacentibus, (per legem secundam) à vi in ipsum per corpus A impressâ movebitur versus eas partes, in quas fit virium directio; sed & junctim movebitur cum corpore A: non enim tardius moveri potest, ob corpus insequens A; non celerius, quia nulla alia ex hypothesi, præter impellens A, datur hujus motus causa; cum alia omnia, ut vis elastica, & ambiens fluidum nihil agere supponuntur,

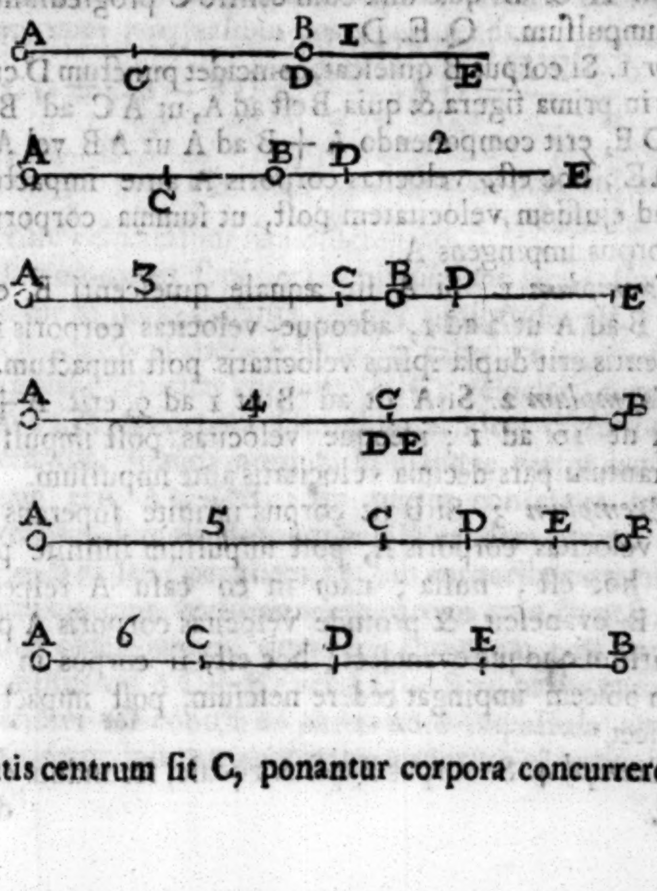
nantur; adeoque post impactum cum communi ipsorum centro gravitatis utrumque corpus junctim movebitur. Q. E. D.

Cor. Si corpora ponantur concurrere in D, cum velocitates mobilium sunt spatia simul descripta, velocitates corporis A, corporis B, & centri gravitatis C ante concursum erunt ut rectæ A D, B D, C D, respective; hæ enim longitudines simul percurruntur.

PROBL. II.

Corporum duorum aut mollium post directum impactum determinare motus.

Omnes hujus Problematis casus eâdem operâ construemus. Sint igitur duo corpora A & B, quorum gra-



vitatis centrum sit C, ponantur corpora concurrere in

D,

D; erunt (per præcedens corol.) celeritates ante impactum corporis A, corporis B, & communis centri gravitatis C, ut rectæ AD, BD, & CD respective; fiat jam DE æqualis DC, hæc repræsentabit velocitatem corporum post occursum; hoc est, erit velocitas corporis A ante impulsum ad ejusdem velocitatem post, ut AD ad DE; & velocitas corporis B ante impactum, erit ad ejus velocitatem post impactum, ut BD ad DE, nam (per theor. 19.) corpora A & B post impulsum una cum centro gravitatis progrediuntur: sed (per theor. 18.) celeritas centri gravitatis eadem manet ante & post impulsum, & versus eandem semper plagam; quare si CD repræsentet ejus celeritatem ante impulsum, DE ipsi CD æqualis ejus velocitatem post impulsum exponet; adeoque DE exponet quoque celeritatem corporum A & B quæ unà cum centro C progrediuntur post impulsum. Q. E. D.

Cor. 1. Si corpus B quiescat, coincidet punctum D cum B, ut in prima figura, & quia B est ad A, ut AC ad BC, vel DE, erit componendo A + B ad A ut AB vel AD ad DE; hoc est, velocitas corporis A ante impactum est ad ejusdem velocitatem post, ut summa corporum ad corpus impingens A.

Exemplum 1. Si A sit æquale quiescenti B, erit A + B ad A ut 2 ad 1, adeoque velocitas corporis impingentis erit dupla ipsius velocitatis post impactum.

Exemplum 2. Si A sit ad B ut 1 ad 9, erit A + B ad A ut 10 ad 1; ideoque velocitas post impulsum erit tantum pars decima velocitatis ante impulsum.

Exemplum 3. Si B sit corpus infinite superans A erit velocitas corporis A, post impulsum infinite parva, hoc est, nulla; nam in eo casu A respectu A + B evanescit, & proinde velocitas corporis A post occursum quoque evanescet; hoc est, si corpus in firmum obicem impingat cedere nescium, post impactum quiescet.

Exempl. 4. Si corpus B ipsi A æquale, secundum eandem

dem directionem tardius moveatur, erit D E vel C D $=$ $\frac{AB}{2} + BD = \frac{AB + 2BD}{2} = \frac{AD + BD}{2}$, hoc est, erit velocitas post impulsum priorum velocitatum semisumma.

Exempl. 5. Si corpora cum æqualibus motibus versus contrarias partes tendant, punctum D coincidit cum C, ut in Theor. 20. demonstratum fuit; & C D, D E erunt nihilo æquales, hoc est, post occursum quiescet utrumque corpus.

Cor. 2. Hinc demonstratur falsam esse Cartesianorum legem, qua eandem semper motus quantitatem in universo conservari volunt; nam corpora non elastica, versus contrarias partes cum æqualibus motibus in sese incurrentia, mutuos motus tollunt.

Exempl. 6. Si corpora æqualia versus contrarias partes cum inæqualibus motibus tendant; erit D E vel $CD = CB - BD = \frac{AB}{2} - BD = \frac{AB - 2BD}{2} = \frac{AD - BD}{2}$, hoc est, erit velocitas post impulsum priorum velocitatum semidifferentia.

Hæc omnia ex superiori constructione facile fluunt; sed cum in praxi calculus semper adhibendus est, generalis hujus Problematis solutio per calculum sic eruitur.

Vocetur velocitas corporis A, C; velocitas corporis B sit c; & si corpora secundum eandem directionem moveantur, summa motuum in utroque versus eandem plagam erit $AC + Bc$: sin versus contrarias partes moveantur, summa motuum versus eandem partem erit $AC - Bc$; sed (per theor. 19.) in corporibus omnibus, summa motuum versus eandem partem ante & post impulsum eadem manet, quare erit corporum post impulsum motus vel $AC + Bc$ vel $AC - Bc$, prout corpora ad eandem vel contrarias partes ante impulsum tendebant; datur igitur momentum corporum eâdem velocitate

tate latorum, unde (per dicta in loco X.) ipsorum velocitas simul innotescet; nempe si dividatur momentum per ipsa corpora, quotiens exhibebit ipsorum velocitatem scil. $\frac{AC + Bc}{A + B}$ vel $\frac{AC - Bc}{A + B}$ & si B quiescat, hoc est, si c ponatur nihilo æqualis, velocitas corporum erit $\frac{AC}{A + C}$

Cor. 3. Cum velocitas corporis A ante impactum fuerit ut A D, & post impactum ejus velocitas sit C D, erit velocitas amissa A C, & proinde motus per ictum amissa $A \times AC$.

THEOR. XXV.

Si corpus motum alteri sive moto, sive quiescenti directe impingat; ictus magnitudo proportionalis est momento ad occursum deperdito, in corpore, si quod sit, fortiori.

Si enim intelligatur motorum corporum (si quid sit) fortius, vel si momentorum sint æqualium, utrumvis ut percutiens, alterum ut percussum, ictus magnitudo æquipollebit vi à percutiente in percussum impressæ; sed vis illa quæ in percussum imprimitur à percutiente decidit, (per legem tertiam;) adeoque motus in corpore percutiente amissus, erit vi in corpus percussum impressæ, & proinde magnitudini ictus, proportionalis. Q. E. D.

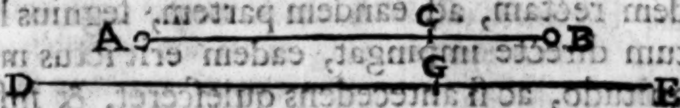
Cor. Ubi æqualia sunt momenta quæ à corporibus percutientibus decidunt, ibi æquales erunt ictuum magnitudines.

THEOR. XXVI.

Si corpus datum in aliud quiescens datum directe impingat; ictus magnitudo velocitati impingentis semper erit proportionalis.

Impingat corpus datum A in aliud datum quiescens B, cum velocitate quæ exponatur per A B; deinde impingat

pingat idem corpus A in idem quieſcens B, cum alia velocitate DE; hoc eſt, ſit AB ad DE ut prior velocitas ad poſteriorem, & ponantur deinde corporum



diſtantiæ AB DE; quæcunque enim inter ea, initio motus, intercedat diſtantia perinde eſt quoad magnitudinem ictûs; ſitque commune centrum in primo ſitu C in ſecundo G. Cum corpus A movetur velocitate AB, erit CB ejus velocitas poſt occurſum; & cum motus ante impactum fuit $A \times AB$, motus poſt impactum erit $A \times CB$; & motus amiſſus erit $A \times AC$; eodem modo ſi corpus moveatur velocitate DE, erit motus amiſſus $A \times DG$, ac proinde ictûs magnitudo cum velocitate AB erit ad magnitudinem ictûs cum velocitate DE, ut $A \times AC$ ad $A \times DG$, vel ut AC ad DG; quia autem eſt AC ad BC ut B ad A, erit AC ad $AC + BC$, hoc eſt, AB ut B ad $A + B$; & ſimiliter erit B ad $A + B$ ut DG ad DE, quare erit AC ad AB, ut DG ad DE, unde permutando erit AC ad DG ut AB ad DE; hoc eſt, erit ictûs magnitudo cum velocitate AB ad magnitudinem ictûs cum velocitate DE ut velocitas AB ad velocitatem DE. Q. E. D.

Cor. Si corpus A in B irrueret, motus amiſſus eſſet $\times AC$; ſi vero B in A cum eadem celeritate impingeret, motus amiſſus eſſet $B \times BC$; quia autem eſt ut A ad B

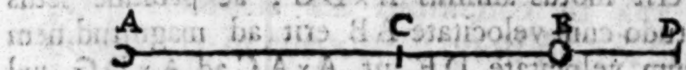
ita BC ad AC, erit $A \times AC = B \times BC$, adeoque eadem erit quantitas motus per ictum amiſſa, ſive B cum data celeritate impingat in A, ſive A cum eadem velocitate in Corpus B incurrat, adeoque eadem in utroque caſu erit ictus magnitudo.

THEOR.

THEOR. XXVII.

Si corpus unum in alterum, ſecundum eandem rectam, ad eandem partem, ſegnius latum directe impingat, eadem erit ictus magnitudo, ac ſi antecedens quieſceret, & inſequens in illud cum velocitatum differentia latum eſſet.

Sint duo corpora A & B verſus eandem partem lata, quorum commune gravitatis centrum ſit C; & ponantur corpora concurrere in D, conſtat ex ſupra traditis velocitates corporum ante impulſum eſſe ut rectas AD, BD, & proinde velocitatum differentia erit



ut AB; utriuſque autem corporis poſt impactum velocitas per CD exponetur, & proinde motus deperditus in corpore A erit A×AC. Si autem corpus A cum velocitate AB in quieſcens B impingeret, ipſius velocitas poſt occurſum eſſet CB, & motus amiſſus eſſet A×AC; unde cum in utroque caſu eadem amittitur in percutiente motus quantitas, eadem quoque erit ictus magnitudo.

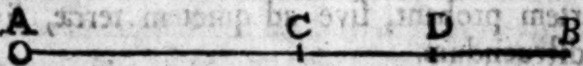
Cor. Si eadem manet velocitatum differentia, hoc eſt, velocitas reſpectiva, qua corpora ad ſeſe accedunt, quomodocunque augeatur aut minuatur illorum ſumma, eadem ſemper conſequetur ictus magnitudo.

THEOR. XXVIII.

Si corpora duo motibus contrariis ſibi invicem obviam veniant, ictus magnitudo eadem erit, ac ſi unum ipſorum quieſceret & alterum

rum in illud cum velocitatum summa impingeret.

Sint duo corpora A & B versus contrarias partes lata, quorum commune gravitatis centrum sit C, sitque D punctum in quo concurrunt; constat velocitates corporum A & B esse ut rectæ AD, BD; & proinde velocitatum summa exponetur per AB; CD autem designat ipsorum velocitatem post impactum,



& proinde motus in corpore A amissus erit A × AC. Si autem A in B quiescens impingeret cum velocitate AB; velocitas post impactum esset ut CB, & motus amissus esset A × AC. Cum igitur in utroque casu eadem motus quantitas amittitur, eadem quoque erit ictus magnitudo. Q. E. D.

Cor. 1. Si igitur eadem maneat velocitatum summa, hoc est, velocitas respectiva corporum A & B qua ad se invicem accedunt, quæcunque sit velocitatum differentia, seu quomodocunque velocitas illa inter corpora concurrentia partita sit, eadem semper erit ictus magnitudo.

Cor. 2. Est igitur ictus magnitudo in datis corporibus semper proportionalis ipsorum velocitati respectivæ.

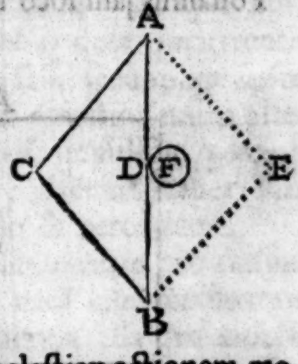
Cor. 3. Corporum in dato spatio inclusorum iidem sunt motus inter se, sive spatium illud quiescat, sive moveatur uniformiter in directum; nam differentiæ velocitatum, quibus corpora tendunt ad eandem partem, & summæ, quibus ad contrarias partes tendunt, eædem sunt, sive spatium in quo corpora includuntur quiescat, sive moveatur uniformiter in directum; adeoque ictus magnitudines hisce semper proportionales existentes eædem erunt in utroque casu. Hinc in navi motus omnes eodem modo se habent, sive ea quiescat, sive movea-

tur uniformiter in directum. Sic etiam projectorum & percussionum phænomena eadem contingunt omnia apud nos in terra positos, sive cum terra junctim ferantur omnia communi motu, sive absit ille communis motus, & terra quiescat, adeoque quæ afferri solebant objectiones à projectionibus inæqualibus eadem vi faciendis, prout vel ad orientem vel ad occidentem fierent; atque ab inæqualibus percussionibus à tormento bellico globum emittente futuris, prout in has vel illas partes explosio fieret, & quæ sunt ejusmodi, nihil in utramvis partem probant, sive ad quietem terræ, sive motum adstruendum.

LECTIO XIV.

SI nulla esset elasticitas, leges, quas in præcedente lectione de percussione corporum durorum proposui-mus, omnibus corporibus perfecte congruerent, & corpora omnia post impulsum junctim moverentur ad partes eas, ad quas ante percussionem tendebat corpus fortius, hoc est, cujus momentum majus erat, & cum ea celeritate quam in supradictis legibus determinavimus. Verum cum pauca admodum dentur corpora in quibus non aliquid inest elasticitatis (nam molle lutum, cera, & alia istiusmodi corpora, quasdam aëris particulas in se continent, quæ ipsis virtutem aliquam elasticam reddere valeant) fit per vim illam elasticam, ut corpora non junctim post impulsum moveantur, sed à sese resiliant & diversa velocitate aliquando ad eandem, aliquando ad contrarias partes moveantur. Ut vero modus & causa hujus resilitionis intelligatur, res exemplo illustrari potest.

Sit AB filum supra planum, in aliqua tamen ab eo distantia, extensum; cujus duæ extremitates AB firmiter figantur, & filum fortiter tendatur: si jam trahatur filum per medium suum D, extremitatibus fixis manentibus, ad situm ACB ita ut punctum ejus D sit in C, & tunc dimittatur, non manebit filum in situ ACB, sed magna vi in situm priorem se restituere perget; & cum per continuam vis elasticæ actionem motus satis velox in filo genitus est, fit ut cum in situm ADB pervenerit, in motu suo versus eandem partem perseverabit, donec vis elastica seu restitutiva ulteriori huic motui continuo renitens, & tandem æquipollens, ipsum

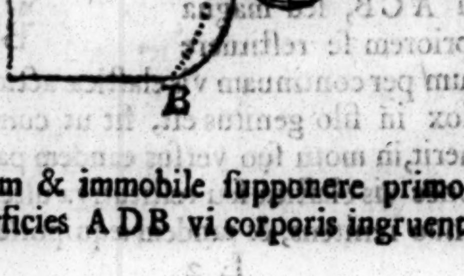


 destruet,

destruet, & filum cum vi versus partes C urgebit, adeo ut cum rursus in situm A D B pervenerit, eandem vim habebit ulterius movendi versus C quam prius habuit tendendi versus partes E; atque sic eundo & redeundo continuas vibrationes efficiet.

Ponamus jam corpus F in filum A B irruere; filum per vim ipsi à corpore F illatam ex situ suo deturbabitur, & punctum ejus D, in quod incurrit corpus F, una cum F versus C movebitur; qui motus eo usque continuabitur, donec vis fili restitutiva motui corporis F contraria ipsi æquipolleat; quod cum fit, destruetur motus omnis versus C; vis autem hæc elastica ulterius agens filum reducet, quod itaque corpus F urgebit, & ipsum eadem velocitate secum movebit; sed (ob fortem quam hic supponimus fili tensionem) eadem vi se restituet filum, qua prius inflexum fuit; at vis qua inflectebatur momento corporis impingentis æquipollebat (nam illud omne in filo flectendo impensum fuit) adeoque filum ea vi in corpus F agendo eandem motus quantitatem ipsi restituet quæ in flexione insumpta fuerit; adeoque corpus F, eadem velocitate quâ advenerat, regredietur, atque sic fiet reflectio.

Ponamus jam loco fili corpus aliquod elasticum A B,



quod fixum & immobile supponere primo liceat; & ejus superficies A D B vi corporis ingruentis F introrsum

ſum comprimatur: quamprimum vis comprimens, hoc eſt, motus corporis F ceſſaverit, elater vi ſuâ inſitâ in priſtinam figuram ſe reſtituet, & cum ea vi corpus F urgebit verſus E; & ſi corpus utrumvis ſit perfectè elaſticum, vis elateris reſtitutiva vi ipſum comprimenti, hoc eſt, momento corporis F æquipollebit, adeoque cum hac vi in corpus F agens illud cum eadem velocitate, quam prius habebat, retroire coget. Si vero corpus ADBC non ſit fixum, ſed in tali ſtatu ut motus ejus à nullo alio corpore impediatur, vis elaſtica in utroque corpore æqualiter aget, & æquales motuum mutationes producet; nam ſi corpus ADB urget corpus F verſus partem E, illud rurſus à corpore F æqualiter urgebitur ad partem contrariam; & proinde corpora à ſe mutuo reſilient. Atque ſic demonſtravimus qua ratione effectum ſit, ut corpora poſt impulſum non junctim vel quieſcant vel moveantur, ſed à ſe invicem reſiliendo diverſa velocitate contrarias aliquando ineant vias, aliquando eandem.

Carteſiani, qui elaſticitatis vim ad corpora reflectendum neſciebant, aliam plane diverſam tradiderunt reflectionis cauſam: dixerunt enim motum motui non contrarium eſſe, ſed directionem directioni; ideoque corpus unum in aliud incurrens reflecti, quia incurrentis motus non poteſt deſtrui, cum ſcil. ſecundum ipſos nihil motui contrarietur; at cum directio unius alterius directioni obſtet, incurrens poſt impulſum ad contrarias partes reflecti voluerunt, eadem ſemper manente quantitate motus in percuſſo & percutiente.

Sed facile eſt oſtendere hanc ſententiam nec rationi nec experientiæ congruam eſſe; nam cum momentum ſeu quantitas motus ſit vis ſeu energia illa qua mobile ſecundum directionem ſuam tendit, ſi corpora duo ſibi mutuo directè occurrant, vires ſecundum contrarias plagas impreſſæ contrariæ erunt; adeoque ſi æquales ſint, ſeſe mutuo deſtruent; ſi inæquales, motus qui eſt minoris efficaciæ deſtruetur. Præterea corpus unum in aliud

majus quiescens vel secundum easdem partes segnius motum, impingens reflectitur; atqui hoc fieri non potest ob solam directionem directioni contrariam; si enim impingat corpus B in aliud majus A, quod vel quiescit vel versus easdem partes & tardius movetur; cum vis omnis quæ in utroque corpore reperitur, tendat versus C, vis illa nunquam potest motum versus partes contrarias in utrovis corpore dirigere. Nam (per legem secundam) motus omnis fit secundum lineam qua vis imprimitur; atqui (ex hypothesi) omnis vis imprimitur secundum lineam BC, à B versus C, quare si solummodo per vim corporibus insitam fieret reflectio motus, absque nova vi, fieret motus secundum contrariam plagam ei qua vis imprimitur; quod fieri non potest. Non igitur à vi prius impressa oritur illa reflectio, sed à vi elastica, qua pollet utrumvis corpus, quæque secundum partem utramvis æqualiter agens corpora à sese discedere cogit.

Præterea, si motus motui non esset contrarius, multo facilius esset corpus semel motum in contrarias partes dirigere, quam penitus illud sistere; in priore enim casu motus corporis in manu reflectentis non recipitur, sed tantum in contrarias partes vertitur; in posteriore vero casu, motus ille omnis in corpus resistens impenditur; quod tamen est contra manifestam experientiam. Denique, si nihil motui contrarium esset, ubicunque corpus quodvis in aliud aliquod obstaculum incurreret, fieret semper reflectio, quod tamen experientiæ repugnat; nam plumbum, lutum, cera & alia corpora elasticitatis fere expertia, si in pavimentum cadunt, non reflectuntur; cum tamen pilæ conflatæ ex lana vel plumis, globuli eburnei, marmorei, vitrei, & alia ejusmodi corpora magna elasticitatis vi pollentia, in idem pavimentum demissa fortiter resiliunt; reflectio igitur illa non à motu qui utrique corpori communis est, sed ab elasticitate

quæ

quæ solis reflectentibus peculiaris est provenit, quod erat ostendendum.

Sed quærent fortasse Cartesiani, quo pacto innotescit globos eburneos, vitreos, marmoreos, & alia reflectentia corpora, quæ durissima esse videantur, elasticitate pollere; respondeo illorum elasticitatem posse exinde concludi, quod cum percutiuntur tinnitum edunt, qui à vibrationibus corporis percussi oritur, eodem modo quo filum tensum suis vibrationibus undulationem aëris efficit; & proinde minime dubium est, quin corpora illa elatere aliquo prædita sint. Atque hoc quidem argumentum corporum vim elasticam probabilem reddit; sed aliud est argumentum, quo res hæc demonstrative probatur.

Sint enim duo globi vel eburnei vel vitrei, & si globorum figuræ essent perfecte sphæricæ, in uno tantum & indivisibili puncto sese tangerent; sed hoc nulla arte humana fieri potest: tam prope tamen ad figuras sphæricas possunt perduci, ut sese in puncto physico, hoc est, in parte visibili minima tangant. Si jam unius globi superficies atramento (aut quovis colore qui facile detergi potest) inficiatur, & alter in ipsum quiescentem impingat, experimento constat, non punctum tantum physicum globi incurrentis post impulsum, alterius colore tingi, sed partem ejus superficiei satis magnam; atque hoc fieri non potest nisi ipsorum superficies per ictus vim mutatæ fuerint; post reflectionem autem utrumque globum pristinam figuram recuperare deprehendimus; quare globi hi habent vim elasticam qua sese in pristinam figuram per ictum deformatam restituere valent. Q. E. D. Sequuntur jam regulæ motus pro corporibus elasticis.

THEOR. XXIX.

Si duo corpora perfecte elastica in se invicem impingant, eadem manebit ipsorum velocitas relativa ante & post impactum; hoc est,

corpora

corpora perfecte elaftica eadem celeritate à ſeſe mutuo poſt ictum recedunt, quia prius ad ſe invicem accedebant.

Nam (per cor. theor. 27.) vis compreſſiva ſeu ictus magnitudo in datis corporibus oritur à velocitate corporum relativa, & ipſi eſt proportionalis; & (per def. 11.) corpora perfecte elaſtica eadem vi ſeſe in priſtinam figuram reſtituunt, qua compreſſa fuere; hoc eſt, vis reſtitutiva æqualis eſt vi compreſſivæ, ac proinde vi qua corpora ad ſeſe accedebant ante impactum æquipollet; ſed per vim hanc reſtitutivam coguntur corpora à ſe invicem diſcedere, unde vis hæc in eadem corpora agens producet velocitatem relativam æqualem ei quam prius habebant, ſeu faciet ut corpora eâdem velocitate à ſe invicem recedant qua prius acceſſere. Q. E. D.

Cor. Æqualibus igitur temporibus ante & poſt impulſum ſumptis, æquales erunt corporum à ſe invicem diſtantiæ, & proinde æquales quoque erunt in iiſdem temporibus diſtantiæ corporum à communi gravitatis centro.

Ex hoc corollario regulæ congreſſuum in corporibus perfecte elaſticis facile eruuntur, quod igitur in ſequenti problemate præſtandum eſt.

PROBL. III.

In corporibus perfecte elaſticis & directe impingentibus regulas congreſſuum determinare.

Omnes hujus problematis caſus eâdem operâ conſtructos dabimus. Sint A & B duo corpora perfecte elaſtica, quorum commune gravitatis centrum ſit C, & ponantur corpora concurrere in D, fiat CE æqualis CD; dico poſt concurſum rectam EA exponere velocitatem corporis A ab E verſus A, & rectam EB exponere velocitatem mobilis B ab E verſus B.

Dem.

Dem. Cum (per theor. 3.) commune corporum gravitatis centrum ante & post impulsum eodem tempore [illegible] per velocitate uniformiter progrediatur, in tempore æquali eo quo percurritur à corpore A longitudo A D, vel à centro gravitatis C longitudo C [illegible], post impulsum ab centro C percurretur longitudo D K, posita D C æqualis; [illegible] K æqualis [illegible] A: & cum (per cor. præcedentis theor.) æqualibus temporibus ante & post impulsum sumptis, æquales semper sint corporum à communi gravitatis centro distantiæ; eodem temporis passu quo commune gravitatis centrum sit in K, corpus A reperietur in *a*, adeoque post impulsum erit ipsius motus à D versus *a*, & ejus velocitas erit ut recta D *a*, quæ ab ipso in eo tempore percurritur; sed [illegible] E æqualem rectæ C D vel K D, & C A æqualem K *a*, erit rectarum C E, C A differentia æqualis differentiæ rectarum K D, K *a*, hoc est, E A æqualis D *a*; sed recta D *a* denotat corporis A velocitatem post impulsum, quare ejus velocitas per rectam E A quoque denotabitur; præterea cum velocitas corporum relativa ante & post impulsum eadem maneat, & recta E A denotet velocitatem mobilis A, velocitas mobilis B post impulsum necessario per rectam E B denotabitur; [illegible] scil. versus B. Q. E. D.

Cor. 1. Si corpus B quiescat, coincidet punctum D cum B, ut [illegible] prius [illegible] quia est B ad A ut A C ad C B, erit componendo B & A simul ad A ut A B ad C B; unde duplicando consequentes erit B & A simul ad 2 A, ut A B ad 2 C B vel E B; hoc est [illegible] corporis impingentis [illegible] ad [illegible] quiescentis post contactum.

Cor. 2. Adeoque si A & B æqualia sint, erit A B = 2 A, unde & B celeritas corporis B post contactum erit æqualis A B celeritati corporis A ante contactum, & proinde coincidente puncto E cum puncto A, [illegible]

Dem. Cum (per theor. 23.) commune corporum gravitatis centrum ante & post impulsum eadem semper velocitate uniformiter progrediatur, in tempore æquali ei quo percurritur à corpore A longitudo A D, vel à centro gravitatis C longitudo C D, post impulsum ab eodem C percurretur longitudo D K, ipsi D C æqualis; fiat K *a* æqualis C A: & cum (per cor. præcedentis theor.) æqualibus temporibus ante & post impactum sumptis, æquales semper sint corporum à communi gravitatis centro distantiæ; eodem temporis puncto quo commune gravitatis centrum est in K, corpus A reperietur in *a*, adeoque post impulsum erit ipsius motus à D versus *a*, & ejus velocitas erit ut recta D *a*, quæ ab ipso in eo tempore percurritur; sed ob C E æqualem rectæ C D vel K D, & C A æqualem K *a*, erit rectarum C E, C A differentia æqualis differentiæ rectarum K D, K *a*, hoc est, erit E A æqualis D *a*; sed recta D *a* denotat corporis A velocitatem post impulsum, quare ejus velocitas per rectam E A quoque denotabitur; præterea cum velocitas corporum relativa ante & post impulsum eadem maneat, & recta E A denotet velocitatem mobilis A, velocitas mobilis B post impulsum necessario per rectam E B denotabitur; ab E scil. versus B. Q. E. D.

Cor. 1. Si corpus B quiescat, coincidet punctum D cum B, ut in tribus figuris primis: & quia est B ad A ut A C ad C B, erit componendo B & A simul ad A ut A B ad C B; unde duplicando consequentes erit B & A simul ad 2 A, ut A B ad 2 C B vel E B; hoc est, ut corporum aggregatum ad duplum corporis impingentis, ita celeritas impingentis ante contactum ad celeritatem prius quiescentis post contactum.

Cor. 2. Adeoque si A & B æqualia sint, erit A & B $=$ 2 A, unde E B celeritas corporis B post contactum erit æqualis A B celeritati corporis A ante contactum; & proinde coincidente puncto E cum puncto A, erit

A E

AE velocitas mobilis A poſt impulſum nihilo æqualis; quod etiam facile ſic oſtenditur: Ob corpora A & B æqualia, erit $AC = CB = CD = CE$, quare coincidit punctum E cum A, & proinde mobile A poſt impulſum quieſcet, & corpus B poſt impulſum movebitur cum celeritate EB, vel AB. Si igitur corpus elaſticum in alterum quieſcens & æquale impigerit, poſt contactum quieſcet impingens, & quieſcens cum prioris celeritate movebitur.

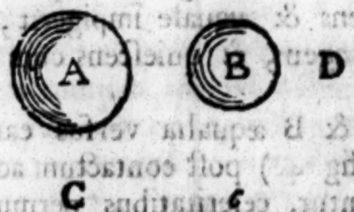
Cor. 3. Si corpora A & B æqualia verſus eandem partem ferantur (ut in fig. 4.) poſt contactum ad eandem quoque partem ferentur, celeritatibus permutatis. nam ob $CE = CD$ & $AC = CB$ erit $CE - AC$, hoc eſt $EA = CD - CB$ ſeu BD, adeoque velocitas corporis A poſt impactum æqualis erit velocitati mobilis B ante impactum; præterea quia $EA = BD$ erit $EB = AD$, & proinde velocitas corporis B poſt contactum prioris A velocitati ante occurſum æqualis erit.

Cor. 4. Si corpora A & B æqualia ad contrarias partes ferantur, (ut in fig. 8.) poſt impulſum ad contrarias partes recedent, celeritatibus permutatis. Nam ob $AC = CB$ & $CE = CD$ erit $AC - CE$, hoc eſt, $AE = CB - CD$ ſeu BD, adeoque velocitas corporis A poſt impactum æqualis erit velocitati corporis B ante impactum; præterea ob $EA = BD$ erit $AD = EB$; ſed AD erat velocitas corporis A ante occurſum, & EB eſt velocitas corporis B poſt occurſum, unde liquet corollarium.

Quoniam in praxi calculus ſemper eſt adhibendus, convenit ut modus tradatur, quo celeritates corporum elaſticorum poſt impulſum ſunt inveſtigandæ, & ad numeros reducendæ; & quidem facile eſſet ad modum ſuperiorum corollariorum omnes particulares caſus ex generali expoſita conſtructione ad numeros revocare; facillime autem generalis calculus ſic eruitur.

Ponamus primo corpora A & B verſus eandem partem moveri; ſitque C velocitas inſequentis A, præcedentis

dentis vero B velocitas sit c; unde velocitas corporum relativa erit $C - c$, & summa motuum versus eandem partem $AC + Bc$; velocitas corporis A post impactum versus eandem, qua prius, plagam vocetur x; & quia eadem manet corporum velocitas relativa ante & post impactum, velocitas corporis B erit $x + C - c$, est enim velocitas corporum relativa æqualis excessui velocitatis qua velocitas corporis celerioris superat velocitatem tardioris, adeoque excessus ille debet esse $C - c$; cum vero velocitas corporis A sit x, erit ejus motus versus plagam D, Ax; & cum velocitas corporis B sit $x + C - c$, erit ejus motus versus eandem partem $Bx + BC - Bc$; & horum motuum summa æqualis erit summæ priorum motuum, hoc est, erit $Ax + Bx + BC - Bc = AC + Bc$; unde reducendo hanc æquationem, erit $Ax + Bx = AC - BC + 2Bc$; & $x = \frac{AC - BC + 2Bc}{A + B}$ = velocitati corporis A.



Porro velocitas corporis B est $= x + C - c = \frac{AC - BC + 2Bc}{A + B} + C - c = \frac{AC - BC + 2Bc + AC + BC - Ac - Bc}{A + B}$

$= \frac{2AC - Ac + Bc}{A + B}$.

Si BC sit major quam $AC + 2Bc$, erit x seu $\frac{AC - BC + 2Bc}{A + B}$ quantitas negativa, adeoque velocitas corporis A erit versus contrariam partem, & ejus motus versus D erit negativus. Si corpus B quiescat, hoc est, si sit $c = 0$, erit velocitas corporis A post impulsum $+ \frac{AC - BC}{A + B}$ prorsum aut retrorsum prout signum + aut − prævaluerit.

Si

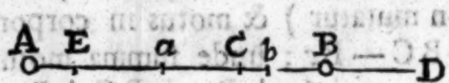
Si corpora A & B celeritatibus C & c, verſus contrarias partes lata, ſibi mutuo directe impingant, erit ipſorum motus verſus eandem partem $AC - Bc$; & velocitas corporum relativa erit $C + c$. Sit jam x velocitas corporis A poſt impactum; erit ejus motus verſus eandem qua prius plagam Ax, & velocitas corporis B erit $x + C + c$, (nam velocitas corporum relativa per ictum non mutatur) & motus in corpore B verſus D erit $Bx + BC - Bc$; unde ſumma motuum verſus eandem partem, erit $Ax + Bx + BC + Bc$ quæ (per theor. 14.) æqualis erit $AC - Bc$, adeoque erit $Ax + Bx = AC - BC - 2Bc$ & $x = \frac{AC - BC - 2Bc}{A + B}$ & velocitas corporis B erit $\frac{AC - BC - 2Bc}{A + B} + C + c$ $= \frac{AC - BC - 2Bc + AC + Ac + BC + Bc}{A \pm B} = \frac{2AC + Ac - Bc}{A + B}$.

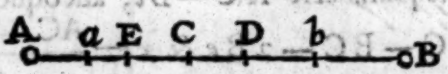
Si $BC + 2Bc$ ſit major quam AC, erit motus corporis A retrorſum verſus contrariam ſcil. partem, in quo caſu erit x ſeu $\frac{AC - BC - 2Bc}{A + B}$ quantitas negativa.

Corporum durorum leges primus quod ſciam recte tradidit *Johannes Walliſius* hujus Academiæ in Cathedra Geometriæ Saviliana celeberrimus Profeſſor, in Actis Philoſophicis numero 43. ubi etiam primus veram cauſam reflectionum in aliis corporibus aperuit, & has ab elaſticitate proficiſci docuit. Poſtea, non longo temporis intervallo; clariſſimi viri Dominus *Chriſtophorus Wren* tunc temporis in hac Academia Aſtronomiæ Profeſſor Savilianus, & Dominus *Chriſtianus Hugons* leges, quas obſervant corpora perfecte elaſtica, Societati Regiæ Anglicanæ ſeorſim impertivere, & eandem prorſus conſtructionem dederunt, quamvis uterque quid ab altero factum de hac re fuit, inſcius erat. Cum autem illi conſtructiones & leges motûs abſque demonſtratione in Philoſophicis Actis conſignarunt; placuit hanc

hanc ipsorum elegantem admodum constructionem exinde depromere & demonstrare.

Non dissimili methodo construitur problema in corporibus quidem elasticis, sed quæ non se restituunt vi æquali ei qua comprimuntur. Sint enim duo quæcunque corpora A & B, quorum commune gravitatis centrum sit





C; secentur AC, BC ita in *a* & *b*, ut AC sit ad *a* C & BC ad *b* C, ut vis elaterem comprimens ad vim qua elater se restituit; fiatque CE æqualis CD, erit E *a* velocitas corporis A post impulsum ab E versus *a*, & E *b* erit velocitas corporis B ab E versus D.

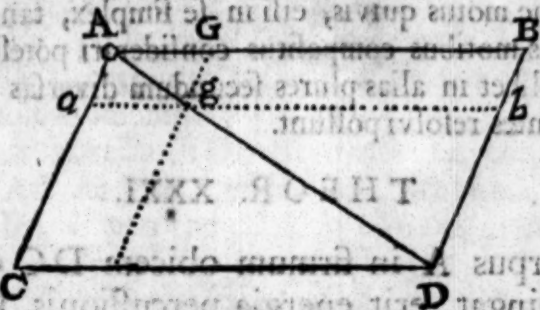
Quod si vis restitutiva æqualis sit vi compressivæ, coincidet punctum *a* cum A, & constructio redit ad priorem. Demonstratio facilis est præcedentem intelligenti, nec opus est ut apponatur.

THEOR. XXX.

Si mobile A in recta AB uniformiter moveatur; & interea recta linea illa AB, sibi semper parallela, motu etiam æquabili deferatur secundum directionem ad AC parallelam, sitque velocitas mobilis A ad velocitatem lineæ AB ut AB ad AC, & compleatur parallelogrammum ABDC, cujus diagonalis sit AD; erit hæc vera linea à mobili A motu suo descripta.

Cum

Cum linea A B ad situm $a\,b$ pervenerit, sit g locus mobilis A, & quia (per theor. 6.) spatia simul de-



scripta sint ut velocitates, erit $a\,g$ longitudo à mobili A percursa ad A a longitudinem à linea AB percursam, ut velocitas mobilis A ad velocitatem rectæ A B, hoc est, (ex hyp.) ut A B ad A C ; unde parallelogrammum a G simile erit parallelogrammo C B, & proinde (per 24. El. 6.) punctum g in diagonali A D locabitur ; hoc est, corpus A semper in recta A D reperietur, adeoque hæc linea ab illo percurretur. Q. E. D.

Cor. 1. Eodem tempore describitur à mobili A linea A D, quo absque motu secundum A C, lineam A B percurreret ; aut quo absque motu secundum A B, describeret rectam A C.

Cor. 2. Cum mobile ideo in recta A D deferatur, quod præter motum proprium participat quoque de motu loci sui seu rectæ AB, & motus ejus ex utroq; compositus sit; si mobile aliquod duos motus secundum directiones A B, A C simul impressos habeat, sintque motus illi vel vires à quibus producuntur ut rectæ A B A C, erit A D linea descripta à mobili, quod à duabus hisce viribus motus impressos recepit, & ejus vis, qua in recta A D fertur, erit ad priores secundum A B A C ut diagonalis A D ad latera parallelogrammi AB, AC.

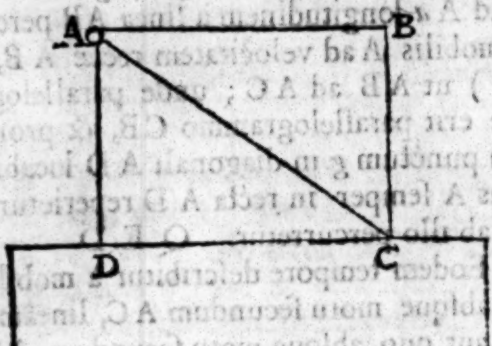
Cor. 3. Hinc è converso, si mobile cum vi ut A D percurrat rectam A D, idem erit motus & secundum

eandem

eandem directionem, ac si initio motus simul impelleretur à duabus viribus, rectis AB, AC proportionalibus, secundum directiones ab A ad B & ab A ad C: atque hinc motus quivis, etsi in se simplex, tanquam ex pluribus motibus compositus considerari potest; & vires quælibet in alias plures secundum diversas directiones agentes resolvi possunt.

THEOR. XXXI.

Si Corpus A in firmum obicem DC oblique impingat, erit energia percussionis, seu magnitudo ictûs obliqui, ad magnitudinem ictûs



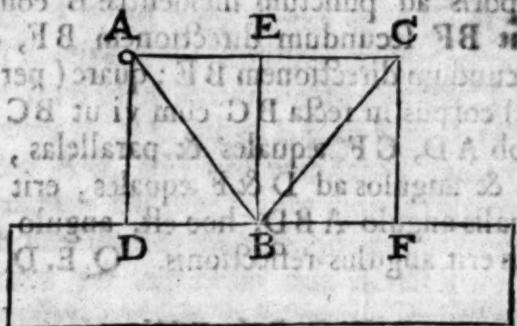
quem produceret idem corpus eadem celeritate perpendiculariter impingens, ut sinus anguli incidentiæ ACD, ad radium.

Ab A in obicem demittatur perpendicularis AD, si superficies obicis sit plana; vel si curva, demittatur perpendicularis in planam tangens obicem in puncto incidentiæ C, & compleatur rectangulum DB. Jam (per corol.

corol. 3. præcedentis) motus corporis A ut A C in recta A C æquipollet duobus motibus simul impressis secundum directiones A B, A D, qui sunt ad motum in A C ut rectæ A B, A D ad A C; sed motui in recta A B nullo modo resistit obex D C; cum enim A B sit ad D C parallela, corpus in recta A B motum in obicem D C nunquam impinget; vis igitur, qua impingit in obicem, est ut recta A D; est itaque vis corporis A in recta A C ad vim, qua impingit in obicem, ut A C ad D C: sed si perpendiculariter cum vi ut A C impegisset in eundem, ictus magnitudo per A C repræsentaretur, motus enim totus per obicem destrueretur; quare erit magnitudo ictus obliqui ad magnitudinem ictus perpendicularis ut A D ad A C; hoc est, posito A C radio, ut sinus anguli incidentiæ ad radium.

THEOR. XXXII.

Si corpus perfecte elasticum in firmum obicem oblique impingat, ab illo ita reflectetur, ut



angulo incidentiæ æqualis fiet angulus reflectionis.

Incidat corpus A perfecte elasticum in firmum obicem oblique secundum lineam A B; dico corpus illud

cum eadem celeritate ita in recta B C reflecti, ut angulo incidentiæ A B D æqualis sit angulus reflectionis C B F. Recta A B exponat motum corporis A in directione A B; (per corol. 3. theor. 30.) resolvitur hic motus in alios duos secundum directiones A E, A D, ad quos motus in A B est ut A B ad A E A D; sed cum A E sit ad superficiem obicis parallela, & A E ad ipsum vel saltem ad planum obicem in C tangens perpendicularis; vis illa, qua impingit in obicem, est ea solummodo quæ est ut A D secundum directionem ad obicem perpendicularem agens: fiat jam B E æqualis & parallela ipsi A D, & B F æqualis D B vel A E, & compleatur rectangulum E F, quod erit per omnia simile & æquale rectangulo D E. Cum igitur motus ut A E secundum directionem ad obicem parallelam per ictum non destruatur, quippe huic motui obex non est contrarius, post impulsum ad B permanet in corpore vis ut AE vel BF movendi secundum directionem BF; sed ex natura elasticitatis, corpus cum vi ut E B secundum directionem E B in obicem impingens, eadem vi secundum eandem directionem reflectitur; motus igitur corporis ad punctum incidentiæ B componitur ex motu ut BF secundum directionem B F, & motu ut B E secundum directionem B E; quare (per corol.2. theor. 30.) corpus in recta B C cum vi ut B C movebitur; sed ob A D, C F æquales & parallelas, item ob D B, B F & angulos ad D & F æquales, erit angulus C B F æqualis angulo A B D, hoc est, angulo incidentiæ æqualis erit angulus reflectionis. Q. E. D.

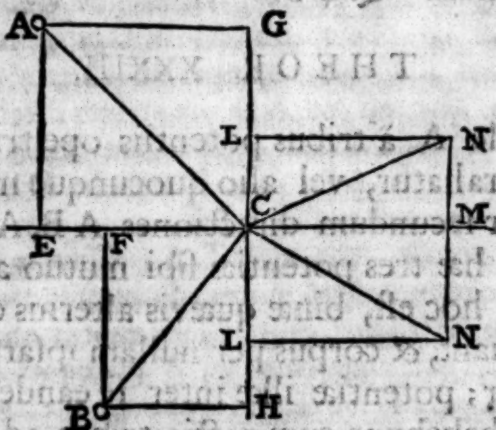
PROBL. IV.

Corporum oblique impingentium post occursum determinare motus.

Moveantur corpora quæcunque A & B in lineis ad se invicem inclinatis A C, B C, quarum longitudines

respective

respective exponant velocitates corporum A, B; recta EFC repræsentet planum à quo tanguntur corpora in puncto concursus; in quod ab A & B demittantur perpendiculares AE, BF, quæ exponant velocitates quibus corpora ad se invicem accedunt. Compleantur



rectangula EG, FH. (Per cor. 3. theor. 30.) motus corporis A resolvitur in duos alios secundum directiones AG, AE, ad quos motus in AC est ut AC ad AG, AE respective; similiter motus corporis B resolvitur in duos alios secundum directiones BF, BH; ad quos motus in BC est ut BC ad BF, BH respective: cum vero AG, BH sint parallelæ, velocitatibus quibus secundum has directiones moveantur corpora, in se invicem non impingent, adeoque motus secundum hasce directiones per impactum non mutabitur; velocitates igitur quibus corpora in se mutuo incurrunt, sunt ut AE vel GC & BF vel HC. Corporum igitur A, B cum velocitatibus GC, HC in se mutuo directe incurrentium (per Probl. 2. si corpora dura sint, vel per Probl. 3. si elastica) determinentur motus; sitque CL velocitas corporis A à C versus L post impactum ortum ex velocitatibus GC, HC. Cumque, ut ostensum est, maneat in corpore vis movendi secundum directionem

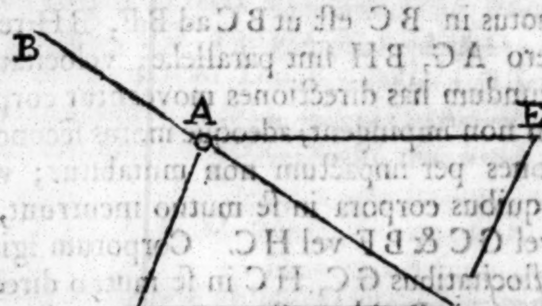
 nem

nem ad AG parallelam cum velocitate ut AG, fiat CM æqualis AG, & compleatur rectangulum LM; in hujus diagonali CN movebitur corpus A post impactum cum velocitate ut CN, ut patet (per corol. 2. theor. 30.) & similiter determinabitur motus corporis B post impulsum. Q. E. F.

THEOR. XXXIII.

Si mobile A à tribus potentiis ope trium filorum trahatur, vel alio quocunque modo urgeatur secundum directiones AB, AE, AC, ita ut hæ tres potentiæ sibi mutuo æquipolleant, hoc est, binæ quævis alterius effectum destruant, & corpus per nullam ipsarum moveatur; potentiæ illæ inter se eandem rationem habebunt cum rectis tribus ad ipsarum directiones parallelis & à mutuo concursu terminatis.

Exponat AD potentiam seu vim qua mobile A urgetur ab A versus B; vis huic æquipollens seu æqualis

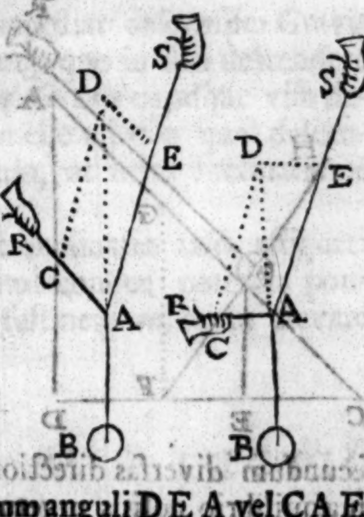


& Corpus contrarie ab A versus D urgens etiam per AD exponetur; sed (per cor. 3. theor. 30.) vis ab A versus D corpus impellens æquipollet duabus secundum

dum directiones AC, AE agentibus, ad quas vis prior ab A versus D agens est ut AD ad AC, AE, vel ad AC CD respective; & vicissim vires secundum rectas AC, AE agentes, & vi corpus ab A versus D urgenti simul æquipollentes, debent esse ad vim eandem secundum AD ut AC & AE vel CD ad AD, quare etiam vires secundum rectas AC, AE agentes & æquipollentes vi, qua corpus ab A versus B urgetur, ejusque effectum destruentes debent esse ad eandem, ut AC, CD ad AD; hoc est, si idem mobile à tribus potentiis sibi mutuo æquipollentibus secundum directiones AB, AC, AE urgeatur, erunt hæ tres potentiæ ut rectæ AD, AC, AB respective. Q. E. D.

Cor. 1. Cum in triangulo quovis latera sint ut sinus angulorum oppositorum, erit AC ad CD ut sinus anguli ADC vel DAE ad sinum anguli DAC; unde quævis duæ potentiæ erunt inter se reciproce ut sinus angulorum, quos lineæ directionum cum linea directionis tertiæ potentiæ continent. Est præterea AD ad AC ut sinus anguli C vel AED ad sinum anguli CDA vel DAE; & similiter potentia secundum AB agens, est ad potentiam secundum AE ut sinus anguli AED ad sinum anguli ADE vel CAD.

Cor. 2. Si pondus B, duæ potentiæ R, S filorum ope secundum rectas AR, AS trahentes sustineant, punctum A à tribus potentiis urgetur, quarum duæ secundum directiones AR, AS agunt, & altera est vis gravitatis ponderis B, agens secundum rectam AB ad terram perpendicularem; unde erit potentia R ad vim gravitatis ut AC ad AD. vel ut sinus anguli DAE ad sinum anguli DEA vel CAE;



 &

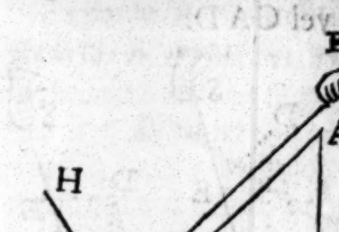
& potentia S erit ad vim gravitatis ut E A ad A D, vel ſinus anguli C A D ad ſinum anguli D E A vel C A E, & potentia R erit ad S potentiam ut ſinus anguli E A D ad ſinum anguli C A D.

Theorema hoc cum ſuis corollariis eſt fundamentum totius Mechanicæ novæ, quam Dominus *Varignion* edidit, & ab ipſo etiam immediate conſequuntur pleraque theoremata mechanica, quæ in eximio opere *Jo. Alphonſi Borelli* de motu animali continentur, ejus enim ope vires muſculorum æſtimari poſſunt.

THEOR. XXXIV.

Si Grave B plano inclinato incumbat, & à potentia R ſecundum directionem plano parallelam agente ſuſtineatur, neç in plano illo deſcendat; potentia R erit ad pondus corporis B ut ſinus anguli inclinationis ad radium.

Per punctum ubi Grave plano incumbit, ducatur ad communem ſectionem plani & horizontis perpendicularis A C, à cujus puncto quovis A dimittatur in planum horizontis perpendicularis A D, & jungatur C D; erit (per def. 6. El. 11.) A C D angulus inclinationis plani & horizontis, cujus ſinus eſt A D poſito C A radio. Dico jam A C eſſe ad A D ut pondus corporis B ad potentiam R. Corpus enim B à tribus potentiis



ſecundum diverſas directiones agentibus & ſibi mutuo in æquilibrio poſitis urgetur, quarum prima eſt vis gravitatis

vitatis secundum directionem BE ad CD perpendicularem agens, secunda est potentia R corpus trahens secundum directionem BR ad AC parallelam, tertiæ autem potentiæ supplet vicem resistentia seu contranitentia plani secundum lineam BH sibi perpendicularem agens; nam reactio actioni semper est æqualis, & fit in plagam contrariam: cumque planum perpendiculariter à mobili prematur secundum directionem BF, planum æqualiter reaget in corpus secundum directionem BH, & contranitentia illa æquipollet potentiæ secundum BH mobile urgenti; cumque hæ tres potentiæ sint sibi mutuo in æquilibrio & mobile ab ipsis sustineatur, si ducatur FG ad EB parallela, rectæ AG occurrens in G, erit potentia R ad vim gravitatis ut BG ad FG (per præcedens theor.) sed ob triangulum CFG rectangulum, & dimissam in basin CG perpendicularem FB, est (per 8. El. 6.) ut BG ad FG ita FG ad GC, & ut FG ad GC ita (per 4. El. 6.) erit AD ad AC; quare est potentia R ad vim gravitatis ut AD ad AC, vel ut sinus inclinationis plani ad radium. Potentia igitur aliqua potest Grave in plano inclinato sustinere, modo potentia illa sit ad pondus Gravis, ut sinus inclinationis plani ad radium. Q. E. D.

Cor. 1. Cum potentia R impediat descensum Gravis in plano AC, & ejus momento, quo in illo descendere nititur, æquipolleat; sequitur Gravis cujusque vim descendendi in plano inclinato esse ad vim qua descendere conatur in perpendiculo, ut sinus inclinationis plani ad radium.

Cor. 2. Hinc etiam plani inclinatio talis assignari potest, ut super illud, quantulacunque potentia pondus quodcunque magnum sustinere vel etiam elevare potest.

LECTIO XV.

De Descensu Gravium in Planis Inclinatis & Pendulorum Motu.

PERACTIS iis, quæ ad motum generaliter spectant, ad eos jam devenimus, qui ex datis viribus oriuntur motus; in quibus exponendis, & phænomenis inde ortis recensendis, præcipue versatur vera Physica. Ut igitur à simplissimis ordiamur, imprimis considerandа venit vis illa, quæ uniformiter, hoc est ubique eodem tenore, versus eandem semper plagam dirigatur, qualis vulgo supponitur esse vis Gravitatis: quamvis enim certum sit Gravitatis vim non ubique eandem esse, sed in diversis à centro Terræ distantiis, quadratis distantiarum, reciproce esse proportionalem; cum tamen diversæ altitudines ad quas gravia à nobis projecta perveniunt, exiguæ admodum sint, præ ingenti illa à telluris centro distantia, in tantilla hac altitudinem differentia, eandem ubique esse Gravitatis vim, tuto & absque minimo sensibili errore supponi potest.

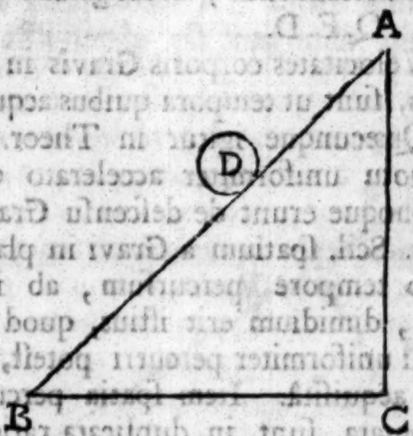
De motu itaque Gravium in hoc loco agendum est; motum autem illum peragi supponimus, vel in planis ad horizontem inclinatis, vel in superficiebus curvis, quales sunt sphæricæ & cycloidicæ; vel in spatiis denique liberis & non resistentibus, de quibus sequentia dabimus Theoremata.

THEOR. XXXV.

Descensus Corporis Gravis, super plano quovis inclinato, est motus æquabiliter acceleratus. Estque velocitas quam Grave super plano

plano inclinato, in dato quovis tempore, è quiete decidens, acquirit, ad Velocitatem à Gravi, perpendiculariter cadente, eodem tempore acquisitam, ut altitudo plani ad ejus longitudinem.

Sit planum inclinatum AB super quo descendat Grave D. (Per Corol. primum. Theor. 34.) est vis qua descendere conatur Grave, super plano quovis in-



clinato, ad vim absolutum Gravitatis, qua sc. in perpendiculo descenderet, in constanti ratione, quæ est sinus inclinationis plani ad radium, seu ut altitudo plani ad ejusdem longitudinem; adeoque cum eadem maneat vis absoluta Gravitatis corporis D, eadem quoque manebit vis qua super plano AB descendere conatur. Vis igitur illa eodem semper tenore in Grave D aget; adeoque similiter applicata per legem secundam, æqualia semper velocitatum incrementa superaddet; haud secus ac fit in Gravibus in perpendiculo cadentibus. Est igitur descensus Gravium in plano inclinato motus uniformiter acceleratus. Q. E. D.

Porro Incrementa Velocitatum Gravium in perpendiculo

diculo & in plano inclinato cadentium, quæ eodem tempore indefinite exiguo producuntur, ſunt ad ſe invicem ut vires quibus producuntur: at vires ſunt in conſtanti ratione, ſcil. ut longitudo plani A B ad ipſius altitudinem A C, quare Incrementa velocitatum inde orta erunt in eadem ratione. Ac proinde (per 12. prop. Elementi V.) ſumma Incrementorum unius, erit ad ſummam Incrementorum alterius, in eadem ratione; hoc eſt velocitas corporis Gravis in perpendiculo cadentis, eſt ad velocitatem corporis ſuper plano inclinato interea deſcendentis, ut longitudo plani ad ejus altitudinem. Q. E. D.

Corol. 1. Velocitates corporis Gravis in plano inclinato cadentis, ſunt ut tempora quibus acquiruntur.

Corol. 2. Quæcunque igitur in Theor. 12. & ejus Corol. de motu uniformiter accelerato demonſtravimus, vera quoque erunt de deſcenſu Gravium in planis inclinatis. Scil. ſpatium à Gravi in plano inclinato cadente dato tempore percurſum, ab initio motus computatum, dimidium erit iſtius, quod in illo tempore à mobili uniformiter percurri poteſt, cum velocitate ultimo acquiſitâ. Item ſpatia percurſa ab initio motus computata, ſunt in duplicata ratione Temporum, vel Celeritatum. Et Celeritates & Tempora ſunt in ſubduplicata ratione ſpatiorum percurſorum.

Corol. 3. Hinc etiam Gravis Aſcenſus per planum quodvis acclive eſt motus uniformiter retardatus, ſicut ſit in Aſcenſu corporis in perpendiculo, illumque eadem omnino ſymptomata comitantur.

SCHOLIUM.

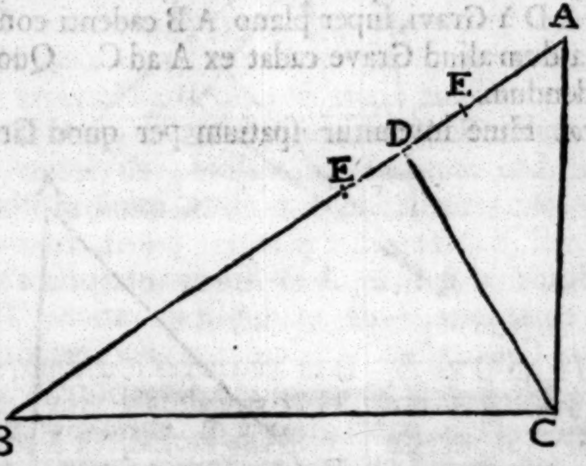
Si ad Experientias recurratur, has omnes ratiociniis noſtris conformes eſſe reperiemus; & in planis non admodum declivibus, experimenta inſtituere facile eſt, cum motus haud admodum veloces exacte menſurari poſſint; ſecus ac fit in deſcenſu in perpendiculo, ubi pernicitas motus, obſervationibus accuratis locum non relinquit. No-

Notandum nos ſupponere plana exacte polita, & motum ſuper iis nulla ſcabritie impeditum.

PROBL. V.

Dato plano Inclinato, aſſignare quam ejus partem percurrit Grave, interea dum aliud Grave datum ſpatium in perpendiculo perfecerit.

Sit planum Inclinatum A B ſuper quo deſcendat Grave ex A; aſſignanda eſt longitudo, quæ à Gravi



in plano inclinato cadendo percurritur; interea dum aliud Grave ſpatium A C in perpendiculo cadens perfecerit. A puncto C in A B demittatur perpendicularis C D plano occurrens in D; erit A D ſpatium in plano inclinato confectum tempore quo Grave cadit in perpendiculo ex A ad C. Si enim non ſit A D, ſit A E ſpatium eodem tempore confectum, quo grave cadit ex A ad C quod vel majus vel minus ſit quam A D. Ducatur horizontalis recta C B. Et quoniam per Theorema 12. in eo tempore quo Grave cadit ex A ad

A ad C vel ex A ad E, percurri poteſt dupla longitudo A C, cum velocitate uniformi, & æquali ei, quæ acquiritur cadendo in C; (ſicut per Corol. præcedentis,) in eodem tempore percurri poteſt longitudo dupla ipſius A E, cum ea velocitate quæ acquiritur in E; erit per Theor. VI. Velocitas in C ad velocitatem in E acquiſitam ut dupla A C ad duplam A E, vel ut A C ad A E: ſed cum A C, A E ſimul percurrantur, erit (per Theorema præcedens) velocitas in C ad velocitatem in E ut A B ad A C; quare erit ut A B ad A C ita A C ad A E: ſed (per octavam Elementi 6.) ut A B ad A C, ita A C ad A D: quare erit ut A C ad A E, ita A C ad A D: ac proinde erit A E æqualis A D, minor majori, quod fieri non poteſt. Non igitur aliud ſpatium, quam A D à Gravi, ſuper plano A B cadenti conficitur, interea dum aliud Grave cadat ex A ad C. Quod erat oſtendendum.

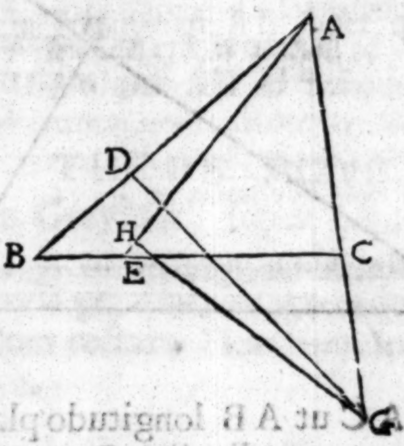
Corol. Hinc invenitur ſpatium per quod Grave in

perpendiculo cadit interea dum Grave ſuper plano inclinato percurrit longitudinem quamvis datam A B;

nempe

nempe si ex puncto B ad AB erigatur perpendicularis recta BC, perpendiculo occurrens in C erit AC spatium quæsitum.

Corol. 2. Si duo vel plura sint plana inclinata AB, AE; & detur spatium AD, quod à Gravi super plano AB, in aliquo tempore percurritur; invenietur spatium, quod à Gravi in altero plano AE interea percurratur; erigendo ex puncto D perpendicularem DG,

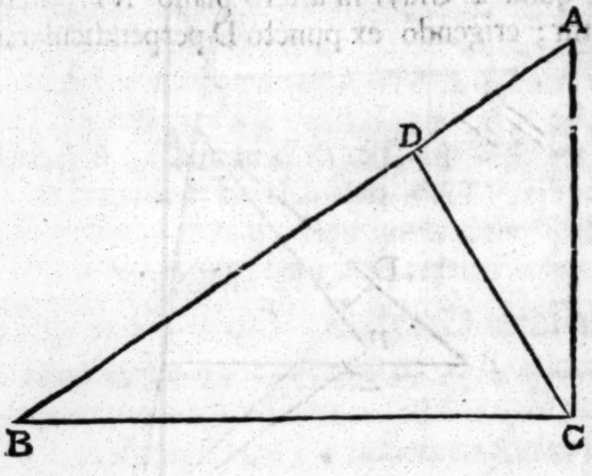


cum perpendiculo occurrens in G; & ex G in AE demittendo perpendicularem GH plano AE occurrens in H; erit AH spatium quæsitum; utrumque enim spatium AD, AH conficitur in eo tempore, quo Grave in perpendiculo descendit ex A ad G.

Corol. 3. Ex hujus Theorematis demonstratione constat, velocitates à Gravibus in perpendiculo & in plano inclinato, eodem tempore acquisitas, esse ut spatia ab iisdem confecta.

THEOR. XXXVI.

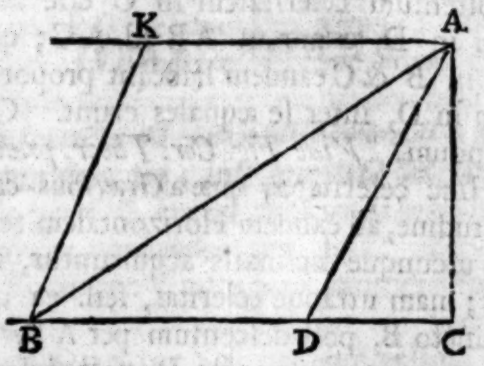
Tempus quo percurritur planum inclinatum AB est ad tempus, quo percurritur perpen-



diculum AC ut AB longitudo plani ad longitudinem perpendiculi AC.

Ex C ad AB demittatur perpendicularis CD; & erit tempus quo percurritur AD, æquale tempori quo AC percurritur. Est vero tempus quo percurritur AB, ad tempus quo percurritur AC, in subduplicata ratione AB ad AD (per corol. 2. Theor. 35.) hoc est ob AB, AC, AD continue proportionales, est tempus quo percurritur AB ad tempus quo percurritur AD vel AC ut AB ad AC. Quod erat demonstrandum.

Corol. Hinc tempora quibus percurruntur diversa plana, AB, AD, BK, quorum eadem est altitudo, sunt ut longitudines planorum; Est enim tempus per AB, ad tempus per AC, ut AB ad AC; & tempus per



per A C ad tempus per A D ut A C ad A D: quare ex æquo erit tempus per A B ad tempus per A D, ut A B ad A D.

THEOR. XXXVII.

Celeritates Gravium, ſuper plano quovis inclinato, & in perpendiculo, æquales ſunt, ubi Gravia pervenerint ex eadem altitudine ad eandem rectam Horizontalem. *Vide Fig. Theor. 36.*

Sit planum inclinatum A B, & perpendiculum A C. Ducatur Horizontalis recta B C. Dico celeritatem acquiſitam in puncto B, poſt deſcenſum per A B, æqualem fore celeritati acquiſitæ in puncto C, poſt caſum per A C. A puncto C demittatur ad A B perpendicularis C D. Erit A D ſpatium quod à Gravi in plano A B cadendo percurritur; in eo tempore quo aliud Grave in perpendiculo deſcendit per A C: & (per Cor. 3. Probl. 5.) celeritas in C eſt ad celeritatem in D ut A C ad A D, vel ut AB ad A C. Quoniam autem celeritates ſuper eodem plano cadendo acquiſitæ ſunt in ſubduplicata ratione longitudinum, quæ à Gravi percurruntur, erit celeritas in B ad celeritatem in D, in ſubduplicata ratione longitudinis A B ad longitudinem A D; hoc eſt ob AB, A C, A D continue proportionales ut A B ad

A C.

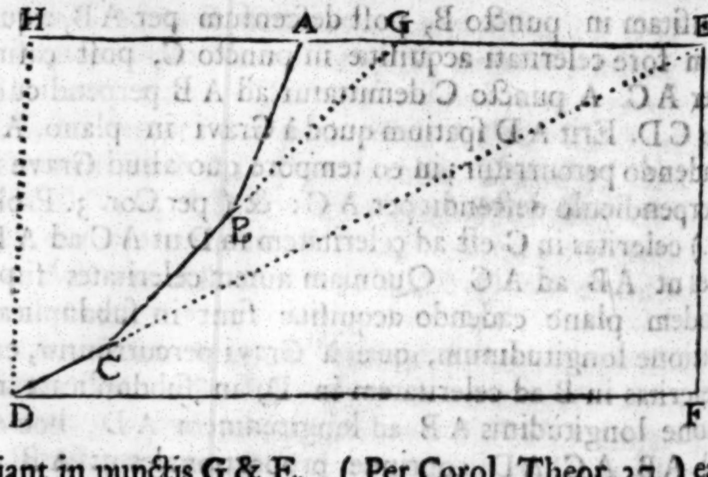
A C. sed ostensum celeritatem in C esse ad eandem celeritatem in D, etiam ut A B ad A C; quare cum celeritates in B & C eandem habeant proportionem ad celeritatem in D, inter se æquales erunt. Quod erat demonstrandum. *Vide Fig. Cor. Theor. præc.*

Corol. Hinc celeritates, quæ à Gravibus cadendo ex eadem altitudine, ad eandem Horizontalem rectam, super planis utcunque inclinatis acquiruntur, sunt inter se æquales; nam utraque celeritas, scil. ea quæ acquiritur in puncto B, post descensum per A B, vel B K; & ea quæ acquiritur in puncto D, post descensum per A D, æqualis est celeritati acquisitæ in descensu Gravis ex A ad C.

THEOR. XXXVIII.

Si ex eadem altitudine descendat mobile continuato motu; per quotlibet ac quælibet plana contigua A B, B C, C D, semper eandem in fine velocitatem acquiret, quæ nimirum æqualis est ei quæ cadendo perpendiculariter ex pari altitudine acquiritur.

Per A & D ducantur Horizontales rectæ H E, D F, & producantur plana B C, C D, ut cum H E conve-



niant in punctis G & E. (Per Corol. Theor. 37.) eadem

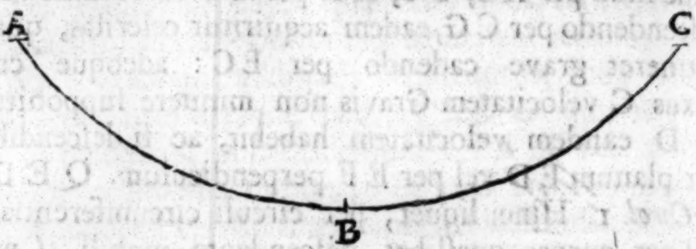
dem celeritas acquiritur in puncto B, descendendo per A B, ac si per B G descendisset Grave: supponimus autem flexum ad punctum B, non impedire motum Gravis cadentis, sed tantum ipsius directionem mutare; adeoque in puncto C eadem erit celeritas acquisita descendendo per A B, B C, ac si per G C descendisset. Sed descendendo per C G, eadem acquiritur celeritas, quam obtineret grave cadendo per E C: adeoque cum flexus C velocitatem Gravis non minuere supponitur, in D eandem velocitatem habebit, ac si descendisset per planum E D vel per E F perpendiculum. Q. E. D.

Corol. 1. Hinc liquet, per circuli circumferentiam, vel per curvas quaslibet, descendente mobili, (nam curvas tanquam ex infinitis rectis compositas, hic considerare liceat) semper eandem ipsi velocitatem acquiri, ac si ab eadem altitudine, rectà in perpendiculo descenderit Grave.

Corol. 2. Quod si Grave, post descensum per A B, B C, C D, vel per H D, sursum convertat motum suum; ascendet ad eandem unde venit altitudinem, per quæcunque plana inclinata: nam cum Gravitas eadem semper vi in eodem plano agat, sive ascendat corpus, sive descendat, eadem erit ejus efficacia ad corporis velocitatem in ascensu minuendam, quæ est ad ipsam in descensu augendam; tantum igitur est decrementum velocitatis in puncto C, dum ascendat mobile à D ad C, quantum fuit incrementum velocitatis acquisitum, in descensu à C ad D; ac proinde eadem erit velocitas in C, post ascensum per C D, quæ erat prius in eodem puncto, post descensum per A B B C. Similiter velocitas in B post ascensum per G B eadem est cum velocitate acquisita in descensu per A B vel B G; sic etiam Gravitas tantundem detrahet à velocitate mobilis ascendendo per B A, quantum acquirebatur in descensu per A B, & in punctis æque altis eadem semper erit mobilis velocitas, sed velocitas in initio descensus, scil. in puncto A nulla fuit; adeoque

aſcendendo, in puncto illo A omnis tolletur velocitas; quod igitur punctum erit terminus ad quem mobile aſcendendo perveniet.

Cor. 3. Si mobile per ſuperficiem quamvis AB deſcendat ad punctum infimum B, ac deinde, velocitate



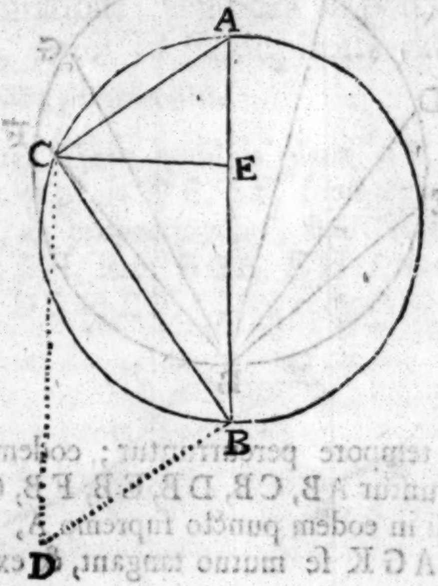
cadendo acquiſita, per ſuperficiem ſimilem & æqualem BC aſcendat; æqualibus temporibus per æqualia ſpatia aſcendet ac deſcendet.

THEOR. XXXIX.

Si à puncto ſupremo A, vel infimo B, circuli ad Horizontem erecti, ducantur quælibet plana inclinata AC, BC, uſque ad circumferentiam; tempora deſcenſuum per ipſa, æqualia erunt tempori, quo Gravia perpendiculariter per diametrum cadunt.

Cadat Grave ex A ad C, ſuper plano AC, dico tempus deſcenſus per AC æquale eſſe tempori deſcenſus per diametrum AB. Nam angulus ACB in ſemicirculo rectus eſt, (per 31 Elementi tertii) unde cum à puncto C ad AC erecta ſit perpendicularis BC, perpendiculo occurrens in B; erit (per Corol. 1. Probl. 5.) tempus deſcenſus per AC, in plano inclinato æquale tempori caſus per AB, in perpendiculo. Dico etiam tempus per CB eidem tempori per AB æquale fore. Ducatur CD ad AB, & DB ad AC parallela: & per

(per 34. Elementi primi) erit CD æqualis AB; & ob angulum ACB in ſemicirculo rectum, erit angulus CBD rectus: Quare cum à puncto B, ſuper CB,

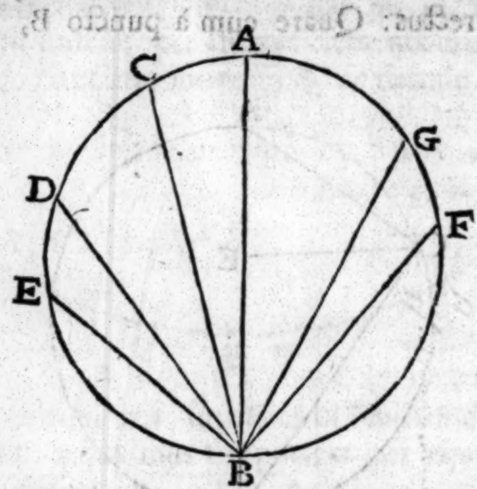


erecta ſit ad angulos rectos BD cum perpendiculo conveniens in D; erit (per Corol. Probl. 5.) tempus per CB æquale tempori deſcenſus per CD; ſed eſt CD æqualis AB, unde tempus per CB æquale erit tempori per AB.

Idem aliter ſic oſtendi poſſit. Tempus deſcenſus per AB eſt ad tempus per EB, in ſubduplicata ratione AB ad EB, hoc eſt (ob AB, BC, EB continue proportionales) ut AB ad BC, vel BC ad BE; ſed (per Theor. 36.) tempus per BC eſt ad tempus per EB in eadem ratione BC ad EB; quare cum tempora per AB & BC, ad tempus per EB eandem obtineant rationem, æqualia erunt. Quod erat demonſtrandum.

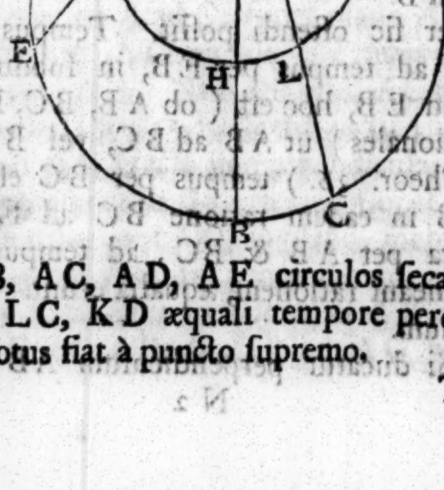
Corol. 1. Si ducatur perpendiculum AB, & ſuper

Diametro A B, deſcribitur Circulus, omnia plana à puncto B vel à puncto A ad circuli circumferentiam



ducta eodem tempore percurruntur; eodem ſcil. tempore percurruntur A B, C B, D B, E B, F B, G B.

Corol. 2. Si in eodem puncto ſupremo A, plures circuli A B D, A G K ſe mutuo tangant, & exeant plura



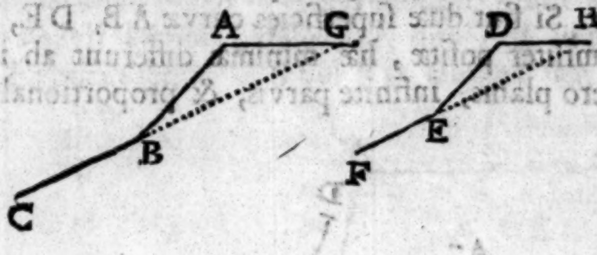
plana A B, A C, A D, A E circulos ſecantia; partes G E, H B, L C, K D æquali tempore percurrentur, ſi initium motus fiat à puncto ſupremo.

THEOR.

THEOR. XL.

Si duo Gravia descendant super duobus aut pluribus planis, similiter inclinatis, & proportionalibus; tempora iis percurrendis impensa, erunt in subduplicata ratione longitudinum planorum.

Percurrat Grave quodvis plana AB, BC, alterum autem Grave plana DE, EF, similiter ad Horizontem inclinata, & proportionalia, hoc est ut sint anguli BAG, EDH, item BGA, EHD æquales; & AB ad BC ut DE ad EF. Dico tempus quo percurrun-

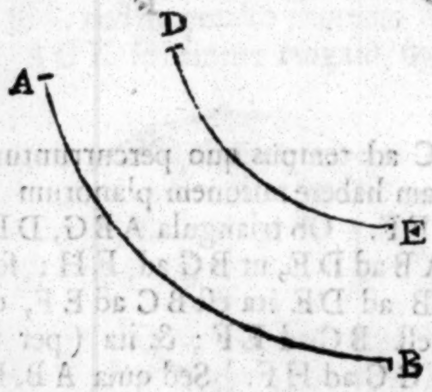


tur AB, BC ad tempus quo percurruntur DE, EF, subduplicatam habere rationem planorum AB, BC ad plana DE, EF. Ob triangula ABG, DEH æquiangula, est AB ad DE, ut BG ad EH; sed ex hypothesi ut AB ad DE ita est BC ad EF, quare ut BG ad EH ita est BC ad EF; & ita (per 12. Elementi quinti) est GC ad HF. Sed quia AB, DE similiter inclinata sunt, eodem prorsus modo percurruntur, ac si partes essent ejusdem plani; sic etiam plana GC, HF eodem modo percurruntur ac si partes essent ejusdem plani: adeoque tempus per AB erit ad tempus per DE, in subduplicata ratione AB ad DE: & tempus per GC est ad tempus per HF, in subduplicata ratione GC ad HF, vel in subduplicata ratione AB ad DE. Sed tempus per GB est ad tempus per HE,

 in

in ſubduplicata ratione GB ad HE, vel AB ad DE; adeoque (per 19. Elementi quinti) tempus per BC poſt deſcenſum ex G vel A, eſt ad tempus per EF poſt deſcenſum ex H vel D, in ſubduplicata ratione AB ad DE, hoc eſt ut tempus per AB ad tempus per DE: adeoque (per 12. Elem. V.) tempus per AB, BC erit ad tempus per DE, EF ut tempus per AB ad tempus per DE; vel in ſubduplicata ratione AB ad DE; verum ob AB ad DE ut BC ad EF, erit AB ad DE ut AB BC ad DE EF; adeoque tempus per AB, BC erit ad tempus per DE EF in ſubduplicata ratione AB BC ad DE EF. Q. E. D. Idem ſimiliter oſtendetur ſi plura eſſent utrobique plana inclinata & proportionalia, unde patet propoſitum.

Cor. Si ſint duæ ſuperficies curvæ AB, DE, ſimiles & ſimiliter poſitæ, hæ minimæ differunt ab infinitis numero planis, infinite parvis, & proportionalibus, &



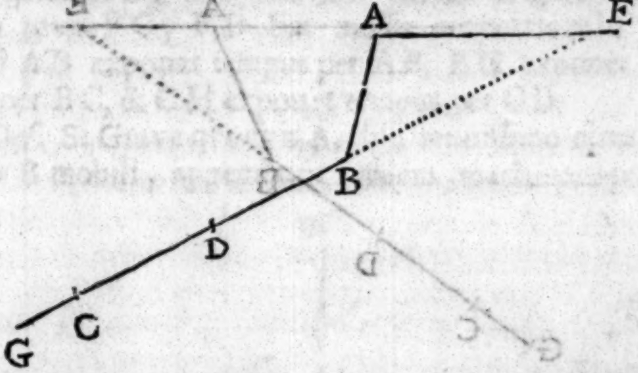
ad ſe invicem ſimiliter inclinatis; adeoque erit tempus deſcenſus per ſuperficiem AB ad tempus deſcenſus per ſuperficiem DE in ſubduplicata ratione AB ad DE.

PROBL.

PROBL. VI.

Dato ſpatio A B, in plano utcunque inclinato, in dato tempore à Gravi è quiete cadente percurſo; invenire ſpatium percurſum æquali tempore, in alio plano contiguo B G, poſito Grave in ſecundo hoc plano motum ſuum continuare.

Per A ducatur Horizontalis recta A E, & producatur B G ad E, fiat B D æqualis A B; & rectis E B, E D capiatur tertia proportionalis E C. Erit B C ſpatium quod in ſecundo plano à Gravi motum ſuum continuante æquali tempore percurritur, quo A B in primo plano. Exponat enim A B vel B D tempus per A B,



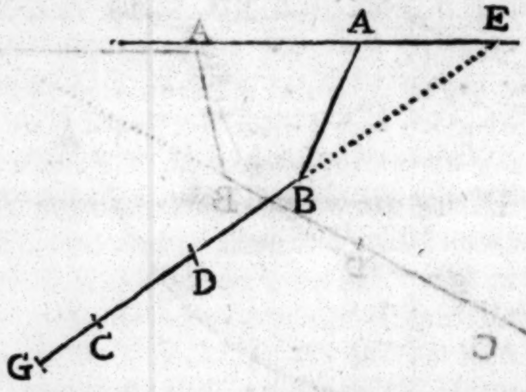
unde (per Corol. Theor. 36.) E B exponet tempus per E B. Eſt vero tempus per E B ad tempus per E C, in ſubduplicata ratione E B ad E C, hoc eſt ut E B ad E D; ſed eſt E B ſpatium quod percurritur tempore ut E B; adeoque E C erit ſpatium quod percurritur tempore ut E D, ac proinde B C eſt ſpatium quod percurritur tempore ut D B vel A B, poſt caſum ex E vel A. Quod erat Inveniendum.

PROBL.

PROBL. VII.

Dato ſpatio AB, in plano inclinato, à Gravi è quiete cadente percurſo, in dato tempore: Item ſpatio BC in alio plano contiguo, in quo Grave motum ſuum continuat; invenire tempus quo percurritur ſpatium illud datum BC.

Ducatur per A horizontalis recta AE, cui occurrat BC producta in E: inter EB, EC inveniatur media proportionalis ED. Et ſi AB exponat tempus quo percurritur AB, BD exponet tempus quæſitum quo percurritur BC. Eſt enim tempus per AB ad tempus per EB, ut AB ad EB; adeoque EB exprimet



tempus quo Grave cadet per EB; at eſt tempus per EB ad tempus per EC, in ſubduplicata ratione EB ad EC, ſive ob EB, ED, EC continue proportionales, ut EB ad ED; ſed eſt EB ut tempus per EB; unde DB erit ut tempus per BC. Ac proinde tempus per AB, erit ad tempus per BC, ut AB ad BD. Q. E. I.

Cor. Hinc ſi Grave ſucceſſive per plura plana Inclinata

nata A B, B C, C D deferatur assignari potest tempus in quo per singula movetur; Producantur enim B C, C D ut cum horizontali per A ducta, convenient in E, &

F, inter E B, E C fiat E G media proportionalis; item inter F C, F D fiat media proportionalis F H. Et si A B exponat tempus per A B, B G exponet tempus per B C, & C H exponet tempus per C D.

Def. Si Grave quodvis A, filo tenuissimo circa centrum B mobili, appendatur; talem machinam pendu-

lum appellamus. Quod si pendulum circa B rotetur ut Grave arcum C A D describat, idem motus huic Gravi accidet; ac si in superficie sphærica C A D, perfecte dura ac levigata motum fuisset corpus Grave.

Etenim

Etenim motum circa punctum B liberrimum supponimus, & ab aëris resistentia, quæ in gravioribus pendulis exigua admodum est, abstrahimus: quod si pendulum ad situm BC deferatur, & exinde demittatur, Grave descendendo describet arcum CA, & in puncto A eam habebit velocitatem quæ acquiritur cadendo per EA, qua velocitate per tangentem in A exire conabitur; per legem primam. Verum cum per filum AB detineatur in peripheria CAD, ascendet per arcum AD ad eandem Altitudinem, scil. ad D ex qua decidit, (per cor. theor. 37.) ubi omni amissâ velocitate, sua gravitate rursus incipiet descendere; & in puncto A priorem acquiret velocitatem, cum qua ascendet ad C: atque sic ascendendo & descendendo continuas vibrationes in peripheria CAD perficiet. Quod si aër pendulorum motui nihil obstaret, & si nulla esset frictio circa centrum rotationis B, in æternum duraturæ forent pendulorum vibrationes; at ob hasce causas aliquantulum, licet insensibiliter singulis vibrationibus diminuitur penduli velocitas in puncto A, unde fit ut non ad idem præcise punctum redeat Grave penduli, sed arcus in quos excurrit continuo breviores reddantur, donec tandem insensibiles evadunt.

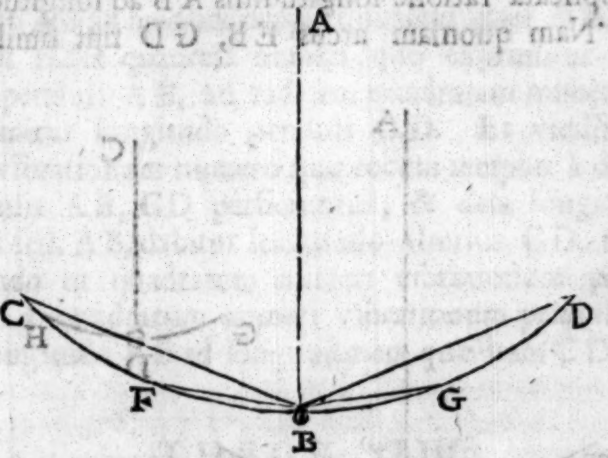
THEOR. XLI.

Ejusdem penduli vibrationes exiguæ, utcunque inæquales sint, fere & ad sensum sunt æquidiuturnæ.

Sit pendulum AB, quod oscillando describit inæquales arcus CBD, FBG, dico æqualia fere in illis describendis insumi tempora; sive oscillationem in arcu CBD æquali fere tempore peragi, quo perficitur oscillatio in arcu FBG, modo arcus CB, FB, non sint nimis magni. Ducantur subtensæ CB, FB, DB, GB, & quoniam arcus supponantur exigui, ii

nec

nec longitudine nec declivitate multum à ſubtenſis ſuis deflectunt: ac proinde Grave paria fere inſumet tempora, ſive per arcus CB, FB, ſive per arcuum ſubtenſas feratur; ſed tempora deſcenſuum per arcuum ſubtenſas æqualia ſunt (per theor. 37.) quare tempora



per arcus CB, FB erunt fere æqualia, igitur & horum temporum dupla, ſcil. quibus oſcillando deſcribuntur inæquales arcus CBD, FBG erunt quoque fere æqualia. Quare ejuſdem penduli vibrationes licet in arcus inæquales excurrentes, ſunt ſaltem ad ſenſum æquidiuturnæ. Q. E. D.

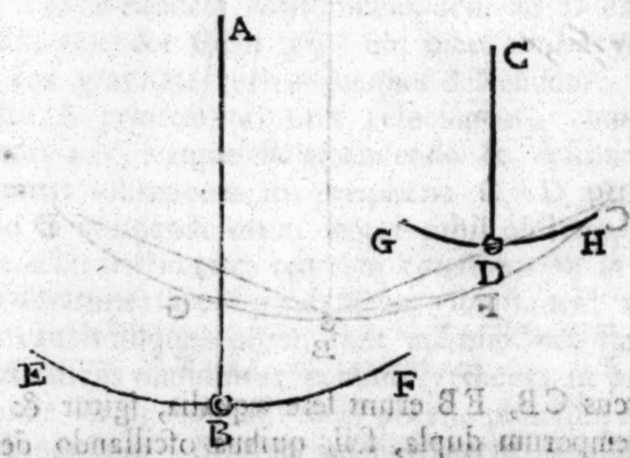
Huic Theorematı ſuffragatur experientia, pendula enim duo æqualis longitudinis ad motum incitata, quorum unum in multo majores arcus excurrat, quam alterum, tempora oſcillationum fere æqualia habebunt, adeo ut in centum oſcillationibus, vix erit diſcrepantia temporis unius oſcillationis.

THEOR. XLII.

Durationes Oſcillationum duorum pendulorum, in ſimiles arcus excurrentium, ſunt in ſubdu-

ſubduplicata ratione longitudinum pendulorum.

Sint duo pendula A B, C D, in arcubus ſimilibus E B F, G D H oſcillantia; erit tempus oſcillationis penduli A B ad tempus oſcillationis penduli C D, in ſubduplicata ratione longitudinis A B ad longitudinem C D. Nam quoniam arcus E B, G D ſint ſimiles, &



ſimiliter poſiti, erit (per theor. 39.) tempus deſcenſus per E B, ad tempus per G D, in ſubduplicata ratione E B ad G D; ſed tempus deſcenſus per E B eſt dimidium oſcillationis integræ in arcu E B F; ſicut tempus deſcenſus per G D eſt dimidium oſcillationis integræ per arcum G D H; adeoque tempus oſcillationis penduli, per arcum E B F erit ad tempus oſcillationis penduli, per arcum G D H, in ſubduplicata ratione E B ad G D: hoc eſt ob arcus E B, G D ſimiles, in ſubduplicata ratione ſemidiametri A B ad ſemidiametrum C D; vel in ſubduplicata ratione longitudinis penduli A B ad longitudinem penduli C D. Q. E. D.

Corol. Longitudines pendulorum ſunt in duplicata ratione temporum quibus oſcillationes perficiuntur.

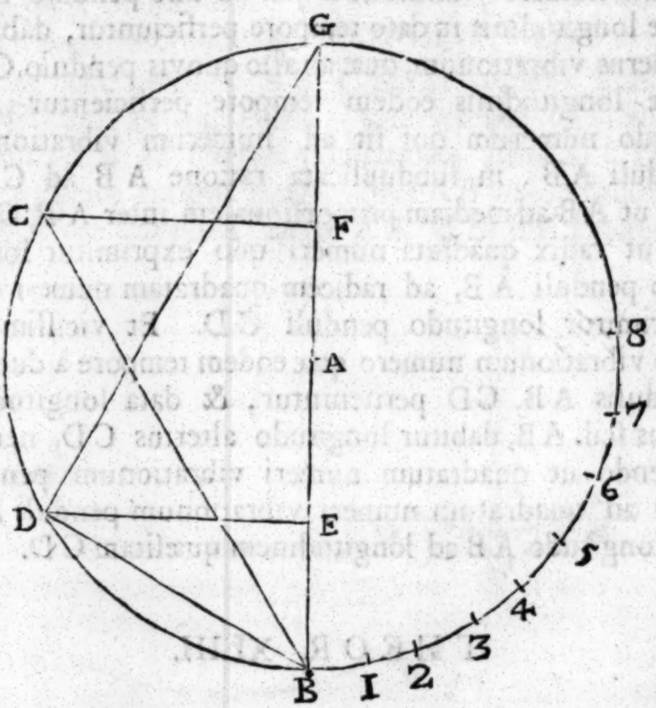
Cum durationes vibrationum ſint reciproce ut numerus

merus vibrationum eodem tempore peractarum, facile ex dato numero vibrationum quæ ab uno pendulo A B, notæ longitudinis in dato tempore perficiuntur, dabitur numerus vibrationum, quæ ab alio quovis pendulo C D, notæ longitudinis eodem tempore perficientur; capiendo numerum qui sit ad numerum vibrationum penduli A B, in subduplicata ratione A B ad C D, sive ut A B ad mediam proportionalem inter A B, C D; vel ut radix quadrata numeri quo exprimitur longitudo penduli A B, ad radicem quadratam numeri quo exprimitur longitudo penduli C D. Et vicissim ex dato vibrationum numero quæ eodem tempore à duobus pendulis A B, C D perficiuntur, & data longitudine unius scil. A B, dabitur longitudo alterius C D, nempe faciendo ut quadratum numeri vibrationum penduli C D ad quadratum numeri vibrationum penduli A B, ita longitudo A B ad longitudinem quæsitam C D.

THEOR. XLIII.

Velocitas penduli, in puncto infimo, est ut subtensa arcus quem descendendo describit.

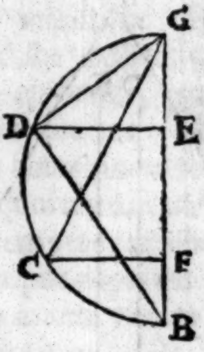
Sit pendulum A B, quod motu suo describat circulum B D C G, dico velocitatem acquisitam cadendo ex D in B, esse ad velocitatem in B acquisitam, cadendo ex C in B, ut chorda arcus B D, ad chordam arcus B C. Per puncta D, C ducantur horizontales rectæ D E, C F; Et erit velocitas gravis acquisita descendendo per E B, ad velocitatem gravis acquisitam, in descensu per G B, in subduplicata ratione E B ad G B, hoc est ob E B, D B, G B continue proportionales ut D B ad G B. Eadem ratione, velocitas acquisita à mobili, cadendo per G B, est ad velocitatem acquisitam in casu per F B, ut G B ad C B. Quare ex æquo, velocitas



velocitas acquisita, in descensu gravis per E B erit ad velocitatem acquisitam in descensu per F B, ut D B ad C B; sed velocitas acquisita in descensu per arcum D B, eadem est cum velocitate acquisita in perpendiculo per E B; & velocitas in descensu per arcum C B acquisita, eadem est cum velocitate in perpendiculari descensu per F B acquisita. Quare erit velocitas acquisita in descensu per arcum D B, ad velocitatem acquisitam in descensu per arcum C B, ut subtensa D B ad subtensam C B. Q. E. D.

Corol. 1. Sit G B perpendiculum cujusvis longitudinis, & velocitas acquisita, in descensu Gravis ex G ad B, exponatur per G B; super quo tanquam diametro, describatur semicirculus G C D B, & ex quovis diametri puncto E. erigatur normalis E D, peripheriæ

riæ occurrens in D, ducaturque chorda G D, erit hæc ut velocitas à Gravi acquiſita cadendo ex altitudine G E: nam ob B G, G D, G E continue proportionales,



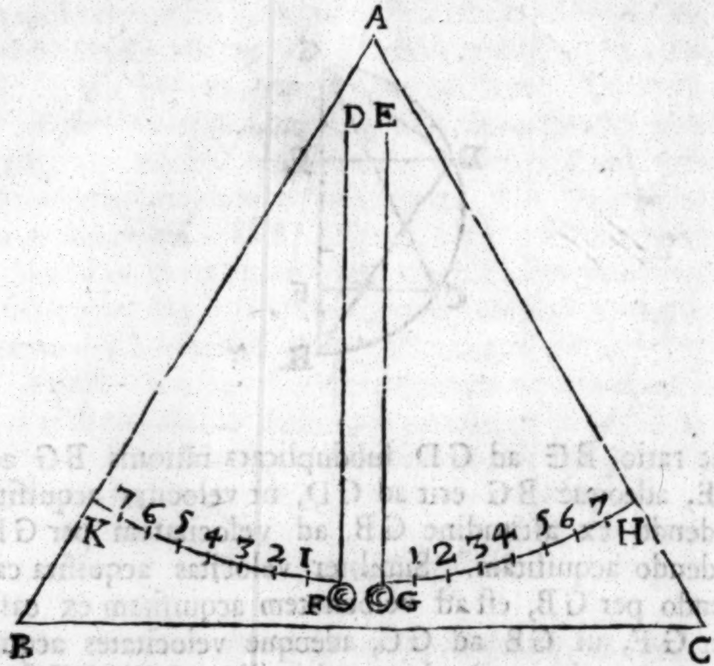
erit ratio B G ad G D ſubduplicata rationis B G ad G E, adeoque B G erit ad G D, ut velocitas acquiſita cadendo ex altitudine G B, ad velocitatem per G E cadendo acquiſitam. Similiter velocitas acquiſita cadendo per G B, eſt ad velocitatem acquiſitam ex caſu per G F, ut G B ad G C, adeoque velocitates acquiſitæ à Gravibus, cadendo per altitudines G E, G F ſunt ut chordæ G D, G C.

Cor. 2. Si capiantur arcus B 1, B 2, B 3 &c. tales, ut eorum ſubtenſæ ſint ut 1 2 3 &c. reſpective; atque vis quædam agens pendulum ſurſum impellat per arcum B 1, alia vero per arcum B 2, & alia per arcum B 3, velocitates penduli in puncto B hiſce viribus moti, erunt ut 1 2 3 reſpective.

Ope hujus Theorematis, variæ in quavis ratione data velocitates mobili tribuentur; aliæque à percuſſione alterius corporis acquiſitæ, inter ſe & cum aliis initio datis, comparari poſſunt.

Fiat Triangulum ligneum A B C, in quo juxta angulum A, capiantur duo puncta D, E, quorum diſtantia talis ſit, ut pendula duo D F, E G ex illis libere dependentia

pendentia se mutuo tangant, & centris D, E, intervallo D F vel E G describantur circulorum arcus F K, G H, in quibus capiantur portiones F 1, G 1, F 2, G 2 F 3,



G 3, F 4, G 4, &c. tales ut subtensæ sint ut 1 2 3 4 &c. respective, & si Grave F ad punctum 5 attollatur, in arcu K F, G vero ad punctum 3 in arcu G H, atque simul demittantur (per Theor. 41.) ad puncta infima simul pervenient, & velocitates quibus sese percutiunt erunt ut 5 & 3, quod si post ictum mobile G in arcu G H ascendat ad 5 & mobile F in arcu F K ascendat ad 3, erunt velocitates mobilium F & G ut 3 & 5 respective & versus contrarias partes; ad hunc modum facile erit experientiæ subjicere regulas motus tam in corporibus duris, quam elasticis, quas in lectionibus XIII & XIV demonstravimus.

Cum ejusdem penduli vibrationes minimæ sint fere æquidiuturnæ, licet arcus in quibus excurrat pendulum

lum ſint inæquales; hinc egregium pendulorum uſum, ad horologiorum automat*o*n motus regendos, monſtravit Chriſtianus Hugenius; quamvis enim Gallileus hujus ſcientiæ author, pendula prius adhibuit in obſervationibus Aſtronomicis & Phyſicis, quæ accuratam temporis menſuram requirunt: Hugenius tamen primus horologia pendulis inſtruxit, & experientia comprobavit, horologia ejuſmodi, priora illa quorum libratores horizontales fuerint, longe ſuperare. Ex eo tempore in uſum communem recepta ſunt horologia pendulis inſtructa, quorum aliqua tam affabre elaborata ſunt, ut temporis menſuram exhibeant motu ſolis multo juſtiorem, qui tempus apparens ſeu relativum ſolummodo monſtrat, non autem verum & abſolutum; unde fit ut automata pendulis inſtructa, ſtatis temporibus horam indicant ab apparenti diverſam, & aliquando tempus ſolaris horologii quindecim vel ſedecim minutis primis ſuperantem, aliquando totidem minutis ab eo deficientem: nec niſi quater in quolibet anno ſol & horologium automaton idem temporis punctum monſtrant.

Quamvis ejuſdem penduli vibrationes, (licet excurrat pendulum in arcus inæquales,) ſint fere & ad ſenſum æquidiuturnæ; cum tamen non ſint omnimodo & geometrice tales, ſed majores minoribus ſint aliquantulum diuturniores, & vibrationes pauxilla temporis quantitate à ſe invicem differant, ex multis minimis differentiolis, tandem magna ſatis conflatur differentia, idque ita eſſe reipsà atque experimentis evincitur: ſi enim, ut aliquando in frigida ſit tempeſtate, lentore aliquo afficiantur rotæ, ut pendulum minore vi impellant, incitatius quam par eſt, feſtinant oſcillationes; ſi nimia lubricitate polleant rotæ, & pendulum in majorem arcum excurrere cogant, lentius procedit tempus ab horologia indicatum. Imo ex nuperis experimentis in *Actis Philoſophis Londinenſibus* recenſitis, conſtat automati pendulum in vacuo vibrationes perficiens,

 ſublatâ

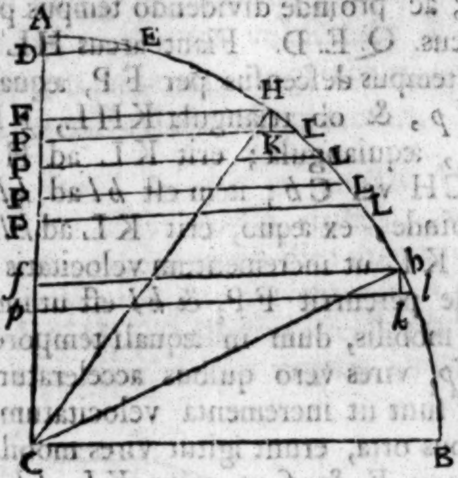
ſublatâ aëris reſiſtentiâ in majores arcus excurriſſe, & ſingulas oſcillationes in majore tempore compleviſſe. Quare ut pendulorum Oſcillationes ad omnimodam æqualitatem redigantur, & reciprocationum penduli latiorum auguſtiorumque tempora perfecte æqualia evadant; excogitavit Hugenius methodum quo Grave penduli, per cycloidis arcum ſemper deferretur. In ſequentibus autem demonſtrabitur, tempora deſcenſuum per quoſcunque ejuſdem cycloidis arcus ad punctum infimum quod verticem cycloidis eſſe ſupponitur, inter ſe æqualia eſſe; adeoque ſi Grave penduli ſemper in arcu cycloidis moveatur, erunt tempora oſcillationum accurate inter ſe æqualia; ſive pendulum in majores excurrat arcus, ſive in minores.

THEOR. XLIV.

Si centro C, intervallo quovis CA, deſcribatur circuli quadrans AHB, atque in recta AC ea lege deſcendat mobile ut ejus velocitas in loco quovis P, ſit ſemper ut PL quæ eſt ſinus arcus AL, erit tempus quo deſcendit mobile ab A ad C, æquale tempori quo percurri poſſit peripheria AHB, cum uniformi velocitate ut CB quæ ultimo à mobili cadendo acquiritur: erit præterea tempus caſus per ſpatium quodvis AF, ad tempus caſus per ſpatium A*p*, ut arcus AH, ad arcum A*l*, & vis qua in loco quovis F acceleratur mobile erit ut FC, quæ eſt loci à centro diſtantia.

Diſtinguatur peripheria AB in particulas innumeras infinite exiguas LLLL, & ducantur FH, PL, P*l* in AC perpendiculares, jungatur HC, ſitque HK perpendicularis

pendicularis in PL. Quoniam triangula FHC, KHL sunt æquiangula, (nam præter angulos ad F & K rectos, est angulus FHC æqualis angulo KHL, est enim angulus KHC utriusque complementum ad rectum) erit FH ad HC ut KH vel FP ad HL; sed (ex hyp.) Est FH ut velocitas mobilis in puncto F qua scil. percurritur lineola FP, & CH vel CB est



ut velocitas quæ ultimo cadendo acquiritur, ubi mobile ad C pervenerit, adeoque erit ut velocitas qua describitur arcus HL. Erit igitur velocitas mobilis descendentis per lineolam FP, ad velocitatem mobilis, quod per arcum HL movetur, ut ipsa lineola FP, ad arcum HL; quare cum velocitates sint spatiis percursis proportionales, erunt tempora in quibus spatia percurruntur, æqualia. Similiter demonstrari potest aliam quamvis peripheriæ particulam LL cum velocitate CB describi, eodem tempore quo percurritur correspondens lineola PP, in perpendiculo cum velocitate correspondente PL, ac proinde componendo eodem tempore descendit mobile per omnes lineolas PP, hoc est per totam AC, quo percurruntur omnes arcus LL, vel tota peripheria AHB, cum velocitate uniformi ut CB. Q.E.D.

Præ-

Præterea eſt tempus quo deſcendit mobile ab A ad F, æquale tempori quo percurritur arcus AH; & tempus quo deſcendit mobile ab A ad *p*, æquale eſt tempori quo deſcribitur arcus A*l*, ſed eſt tempus quo percurritur arcus AH, ad tempus quo percurritur arcus A*l*, (cum utraque eadem velocitate deſcribitur) ut arcus AH ad arcum A*l*, quare erit tempus deſcenſus ex A in F, ad tempus deſcenſus ex A in *p*, ut arcus AH ad arcum A*l*; ac proinde dividendo tempus per F*p* erit ut H*h* arcus. Q. E. D. Fiant arcus HL *hl* æquales, unde tempus deſcenſus per FP, æquale erit tempori per *fp*, & ob triangula KHL, FHC, item *khl*, *fh*C, æquiangula; erit KL ad HL vel *hl*, ut FC ad CH vel C*h*; item eſt *hl* ad *kl* ut C*h* ad C*f*, ac proinde, ex æquo, erit KL ad *kl* ut CF ad C*f*; at eſt KL ut incrementum velocitatis acquiſitum dum mobile percurrit FP, & *kl* eſt ut incrementum velocitatis mobilis, dum in æquali tempore percurrit lineolam *fp*, vires vero quibus acceleratur mobile in locis F & *f* ſunt ut incrementa velocitatum, temporibus æqualibus orta, erunt igitur vires mobilis acceleratrices in locis F & *f* ut rectæ KL *kl*, hoc eſt vis qua urgetur mobile in F eſt ad vim qua urgetur in *f*, ut KL ad *kl*; ſed oſtenſum eſt ut KL ad *kl* ita eſſe CF ad C*f*, quare erit vis qua urgetur mobile in F ad vim qua in *f* urgetur, ut diſtantia CF ad diſtantiam CP. Sunt igitur vires acceleratrices in quibuſvis locis ut ipſorum à centro diſtantiæ. Q. E. D.

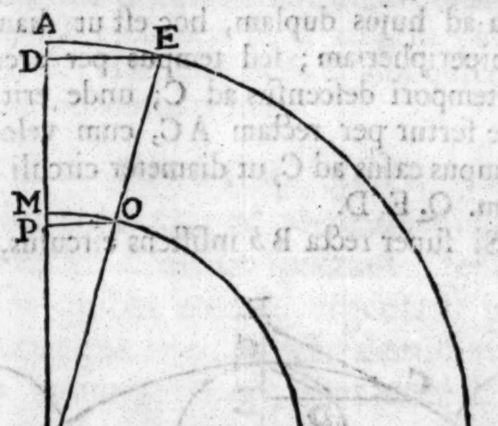
Cor. Hinc è converſo ſi mobile deſcendendo ab A ad C urgeatur à vi quæ ſit, ut ipſius à centro diſtantia; & vis illa initio motus exponatur per rectam DE, poſito arcu AE infinite exiguo, velocitates ejuſdem mobilis in locis quibuſvis F*f* exprimentur per ſinus FH, *fh*, & tempora per arcus AH, A*h*, & incrementa velocitatum, vel ſi arcus æqualiter creſcant vires acceleratrices per incrementa ſinuum exponentur.

THEOR.

THEOR. XLV.

Si mobile in recta A C urgeatur versus punctum C, viribus, quæ sint distantiis à puncto C proportionales, ex quacunque altitudine demittatur, ad punctum C eodem semper tempore perveniet; estque tempus illud ad tempus quo possit mobile percurrere eandem viam cum uniformi velocitate & æquali ei quæ ultimò cadendo acquiritur, ut semiperipheria circuli ad ejus diametrum.

Demittantur duo mobilia ex punctis A & M simul, & urgeatur utrumque mobile viribus quæ sint distantiis à puncto C proportionales, dico utrumque mobile ad punctum C eodem tempore perventurum. Centro C, intervallis C A, C M, describantur circuli quadrantes A B, MN; & exponatur vis qua urgetur mobile in A, vel



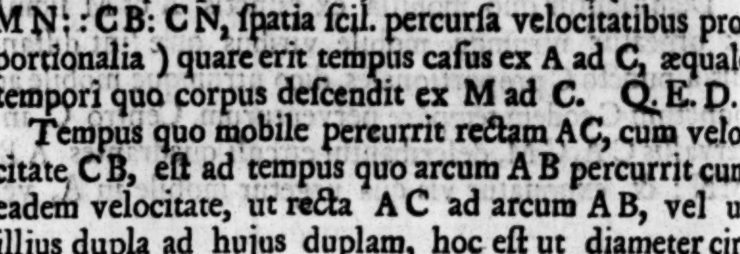
quod idem est, ipsius velocitas in ipso motus initio, per DE sinum arcus infinite parvi AE; constat ex Corol. præcedentis, ipsius velocitatem, post casum ad C,

 per

per rectam CB exponi. Sed ex hypothesi vis, qua acceleratur mobile in A, est ad vim, qua acceleratur mobile in M, ut C A ad CM, vel ut D E ad P O, ob arcus A E, M O similes; quare si D E exponat velocitatem mobilis, initio casus ex A, P O exponet velocitatem mobilis, initio casus ex M; ac proinde (per idem Cor.) CN exponet velocitatem mobilis in C, post casum per M C. Est præterea tempus casus ex A ad C, æquale tempori quo describi potest peripheria AB, cum uniformi velocitate ut C B; & tempus casus ex M ad C, æquale est tempori, quo describitur peripheria M N, velocitate ut C N. Sed tempus quo discribitur peripheria A B velocitate C B, æquale est tempori quo discribitur peripheria M N, velocitate C N, (ob A B: M N: : C B: C N, spatia scil. percursa velocitatibus proportionalia) quare erit tempus casus ex A ad C, æquale tempori quo corpus descendit ex M ad C. Q. E. D.

Tempus quo mobile percurrit rectam A C, cum velocitate C B, est ad tempus quo arcum A B percurrit cum eadem velocitate, ut recta A C ad arcum A B, vel ut illius dupla ad hujus duplam, hoc est ut diameter circuli ad semiperipheriam; sed tempus per arcum A B est æquale tempori descensus ad C; unde erit tempus quo mobile fertur per rectam A C, cum velocitate ut C B, ad tempus casus ad C, ut diameter circuli ad semiperipheriam. Q. E. D.

Defin. Si super recta B *b* insistens circulus, (quem



circulum generatorem dicimus,) puncto sui *b*, (quod punctum

punctum lineans appellabimus,) rectam B*b* tangens, qui ſuper eadem recta volvi intelligatur; peripheria ſua continua ad rectam applicatione, commenſurans æqualem rectam B A *b*, donec punctum lineans in ſublime latum, adeoque curvam B G *b* ſuo motu deſcribens, circuitu facto, eandem rectam B A *b* iterum in *b* contingat, Curva B G *b* motu puncti *b* deſcripta, linea Cyclois appellatur. Et figura B G D A B figura cycloidis dicitur, & recta G A biſecans baſim perpendiculariter, cycloidis axis, & punctum G vertex cycloidis dicitur.

L E M M A.

Si circulus generator circa axem cycloidis conſtituatur, & à puncto quovis Cycloidis C ordinetur ad axem recta C E, cum peripheria circuli conveniens in D; erit recta C D æqualis arcui circulari G D, arcus vero cycloidis G C æqualis erit duplæ chordæ G D; & ſemicyclois B C G æqualis erit duplæ diametro A G; recta vero C F cycloidem in C tangens parallela erit chordæ D G. Hæc à *Walliſio* & aliis qui de cycloide ſcripſerunt, demonſtrata ſunt.

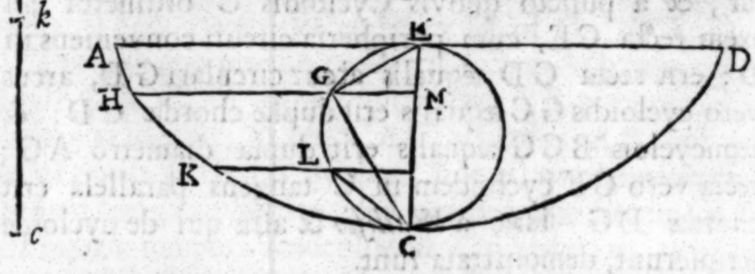
T H E O R. XLVI.

In cyloide cujus axis ad perpendiculum erectus eſt, vertice deorſum ſpectante, tempora deſcenſus quibus mobile urgenti vi gravitatis, à quocunque in eo puncto demiſſum ad punctum imum pervenit, ſunt inter ſe æqualia; habentque ad tempus caſus perpendicularis per axem cycloidis, eam rationem, quam habet ſemiperipheria circuli ad ipſius diametrum.

Sit cyclois A C D, cujus axis C E, circulus generator E C G. Cum recta cycloidem in puncto quovis H

tangens

tangens parallela ſit chordæ C G, in circulo Generatore circa axem conſtituto, ductæ; patet mobile in deſcenſu ſuo, eadem vi accelerari in puncto H, ac ſi in recta G C deſcenderet; eſt vero vis qua acceleratur in G C, ad vim Gravitatis, ut M C ad G C; ſed ut M C ad G C ita G C ad C E, (per Cor. 8. Prop. El. 6.) Quare vis qua accleratur mobile in puncto H, eſt ad vim Gravitatis, ut G C ad C E. Eadem ratione vis Gravitatis eſt ad vim qua acceleratur mobile in alio quovis loco K, ut C E ad C L; quare ex æquo vis qua acceleratur mobile in H, eſt ad vim qua acceleratur in K, ut G C ad L C, vel ut dupla G C ad duplam L C, hoc eſt ut curva cycloidis H C ad curvam K C. Vires igitur quibus deſcendendo ſuper cycloide acceleratur



mobile, ſunt ut longitudines curvæ percurrendæ. Ponamus jam rectam *a c* æqualem longitudini curvæ A C, atque ſupponatur mobile aliquod iiſdem viribus urgeri in recta *a c* verſus *c*, quibus mobile urgetur, deſcendendo per curvam A C, at vires, quibus urgetur mobile, in punctis quibuſvis cycloidis H & K, ſunt ut longitudines H C, K C, vel *h c*, *k c*, hoc eſt vires in locis quibuſvis ſunt ut diſtantiæ locorum à puncto *c*, ac proinde (per theor. præcedens) tempora deſcenſuum ex quacunque altitudine æqualia erunt. Quoniam itaque in correſpondentibus cycloidis & rectæ *a c* punctis, æquales ſunt vires acceleratrices, velocitatum incrementa æqualia quoque erunt, *v. g.* poſito A H = *a h*, accelerationes in punctis H & *h* æquales erunt, ſicut etiam

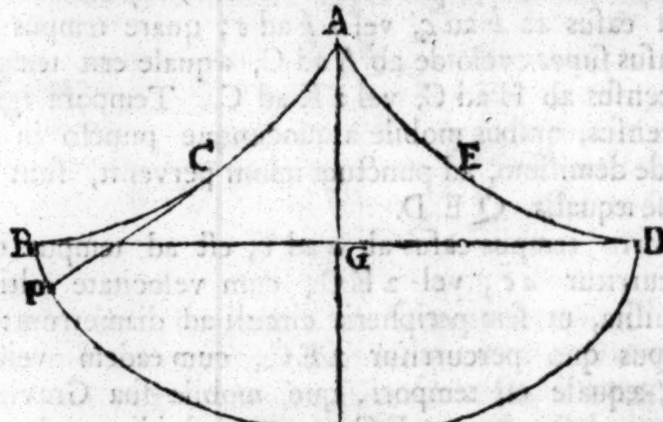
etiam in punctis K & *k*, modo sit A K $=$ *a k*, & similiter in cæteris omnibus utriusque lineæ punctis, quæ sibi mutuo respondent, incrementa velocitatum æqualia erunt; adeoque si mobilia ex correspondentibus punctis incipiant descendere, summæ incrementorum, seu velocitates in æqualibus spatiis describendis acquisitæ æquales erunt, ac proinde tempora quo æqualia hac spatia æqualibus velocitatibus descripta sunt, æqualia quoque erunt. Est igitur tempus descensus ab *a* ad *c*, in recta *a c*, æquale tempori descensus ab A ad C super cycloide, & tempus descensus ab *b* ad *c*, in recta *b c*, æquale tempori descensus ab H ad C super cycloide, & similiter tempus per K C, æquale est tempori per *k c*, si initium casus fit ex punctis *k* K, & sic de cæteris. Sed tempus casus ab *a* ad *c*, æquale est tempori casus ab *b* ad *c*, vel a *k* ad *c*; quare tempus descensus super cycloide ab A ad C, æquale erit tempori descensus ab H ad C, vel a K ad C. Tempora igitur descensus, quibus mobile à quocunque puncto in cycloide demissum, ad punctum imum pervenit, sunt inter se æqualia. Q. E. D.

Porro tempus casus ab *a* ad *c*, est ad tempus quo percurritur *a c*, vel 2 E C, cum velocitate ultimo acquisita, ut semiperipheria circuli ad diametrum: at tempus quo percurritur 2 E C, cum eadem velocitate, æquale est tempori, quo mobile sua Gravitate cadens, descendit per E C axem cycloidis, unde erit tempus descensus per *a c* vel A C, ad tempus quo grave descendit per cycloidis axem, ut semiperipheria circuli ad ejus diametrum.

Cor. Tempus, quo Grave descendit in cycloide per arcum A C, & ascendit per C D, hoc est tempus motus in cycloide A C D, est ad tempus casus perpendicularis, per axem cycloidis, ut integra circuli peripheria ad ejus diametrum.

Hinc si Grave penduli vibrationes in cycloide perficiat, sive in magnos excurrat arcus, sive in minimos, æqualibus

æqualibus ſemper temporibus ſingulæ oſcillationes peragentur. Hugenius autem in tractatu de *Horologio Oſcillatorio*, parte tertia, modum oſtendit, quo fiet ut Grave in cycloide, vel alia quacunque curva, oſcilletur: Invenienda ſcil. eſt curva, cujus evolutione curva data deſcribitur; & duæ laminæ in eandem curvaturam inflectendæ ſunt, intra quas per fila determinatæ longitudinis, ſuſpenſum Grave, non circulum ſed aliam curvam deſcribit. Sint duæ laminæ A C B, A E D, in figuras ſimiles & æquales incurvatæ, & ex puncto A ſuſpendatur penduli filum, quod dum pendulum oſcillatur, circumplicitur laminis A C B, A E D, quas perpetuo tangit; per fili ad laminas applicationem, continuo impeditur motus penduli in circulo, & Grave



per curvam B P F D defertur: Curva A C B vel A E D dicitur evoluta, & curva B P F D ex evolutione deſcribi dicitur. Quod ſi curvæ A C B vel A E B, ſint duæ ſemicycloides, quarum axes vel diametri circulorum Generantium ſint æquales F G vel A G, demidiæ ſcil. longitudini penduli, Curva B P F D per quam Grave defertur, evadit cyclois integra, cujus axis eſt F G, dimidia penduli longitudo, ut ab Hugenio aliiſque demonſtratur.

Cum

Cum portio cycloidis, prope verticem F, describitur motu fili cujus longitudo est A F, atque circulus centro A intervallo A F, eodem fili motu describitur; circulus ille per F transiens, fere coincidet cum cycloidis portione prope verticem F, estque ipsi æquicurvus; eodem igitur tempore Grave defertur ad F, per arcum exiguum circuli, ac per arcum cycloidis, cui circulus est æquicurvus.

Hinc rursus patet ratio, cur pendulo vibrationes exiguas in circulo perficiente, tempora oscillationum sunt æqualia: nam si arcus C A D, G A F parvi sint,

fere coincident cum portione cycloidis prope verticem F descriptæ circa axem A K, dimidiam scil. penduli longitudinem; adeoque eodem fere tempore, descendit Grave per arcus circuli C A vel G A, quo per arcus cycloidis ipsis propemodum coincidentes descenderet; sed æqualibus temporibus per arcus quoscunque cycloidis descendet Grave; quare etiam æqualibus temporibus cadet Grave per arcus exiguos circulares C A, G A; ac proinde oscillationes integræ per arcus C A D, G A F æqualibus temporibus peragentur.

Est itaque tempus quo pendulum oscillationem minimam in circulo perficit, æquale tempori quo perficitur oscillatio per arcum cycloidis, cujus axis est dimidia penduli longitudo. At tempus, quo perficitur oscillatio in cycloide, est ad tempus casus perpendicularis per axem

axem cycloidis, hoc eſt per dimidiam penduli longitudinem, ut peripheria circuli ad diametrum. Atque hinc ſequitur tempus cujuſvis oſcillationis minimæ, eſſe ad tempus caſus per penduli longitudinem, in conſtanti ratione quæ eſt ea, quam habet circuli peripheria, ad ipſius diametrum ductam in radicem quadratam numeri binarii.

Si in diverſis orbis Terræ Regionibus, idem pendulum temporibus inæqualibus, oſcillationes ſuas perfecerit, tempora deſcenſuum per penduli longitudinem in diverſis his regionibus inæqualia quoque erunt; & ubi lentius procedunt oſcillationes, ibi quoque lentius deſcendet Grave in perpendiculo, & in dato tempore minus cadendo deſcribet ſpatium. Experimento vero certum eſt in Regionibus prope Æquatorem ſitis, ejuſdem penduli oſcillationes diuturniores eſſe quam in aliis locis, quorum major eſt latitudo; adeoque Gravia in illis Regionibus, minus in dato tempore conficiunt ſpatium cadendo; & minori vi accelerant motum ſuum quam in noſtris Regionibus, longius ab Æquatore diſſitis; adeoque experimentis probatur minorem eſſe Gravitatis actionem in iis locis, quorum minor eſt latitudo, quam in locis polo propioribus.

Hoc Gravitatis decrementum ex vi centrifuga oritur: cum enim ex terræ circa axem ſuum rotatione, quodlibet corpus à centro circuli quem deſcribit recedere conatur, quo majores ſunt corporum circuitus, eo major ipſis inerit vis centrifuga, quæ itaque eſt ſemper ut ſinus diſtantiæ loci à polo, & ſub æquatore maxima eſt, ſub polo vero nulla; adeoque erit vis Gravitatis in Æquatore minima, in polo vero maxima.

Priuſquam hanc materiam miſſam facimus, lubet ſolutionem exhibere celeberrimi problematis à Gallileo primum quæſiti, deinde à *Joh. Bernouillio* Geometris propoſiti, ineunte An. Dom. 1696. & à Geometris celeberrimis, *Newtono*, *Leibnitio*, *Jac. Bernouillio*, *Hoſpitalio*, aliiſque ſoluti. Problema autem ſic propoſitum fuit.

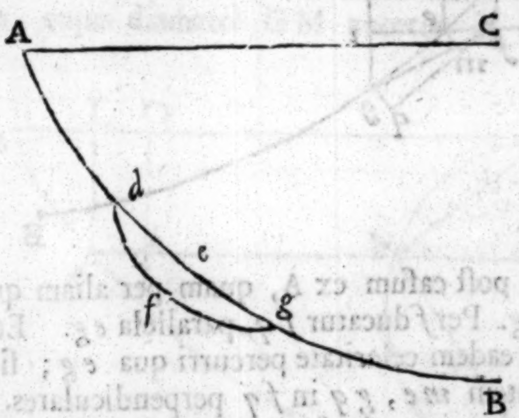
Datis

Datis in plano verticali duobus punctis A & B, assignare mobili viam, per quam Gravitate sua descendens, & moveri incipiens, à puncto A; brevissimo tempore perveniet ad alterum punctum B.

Lineam hanc esse Curvam cycloidis per puncta A B transeuntem, cujus basis est in horizontali per A ducta, invenerunt prædicti Geometræ, ad quod demonstrandum sequens præmittimus.

LEMMA.

Si A*dg*B, sit linea celerrimi descensus, citius descendet Grave, ex quolibet ejus puncto *d*, ad aliud quodvis ipsius punctum g, post ca-

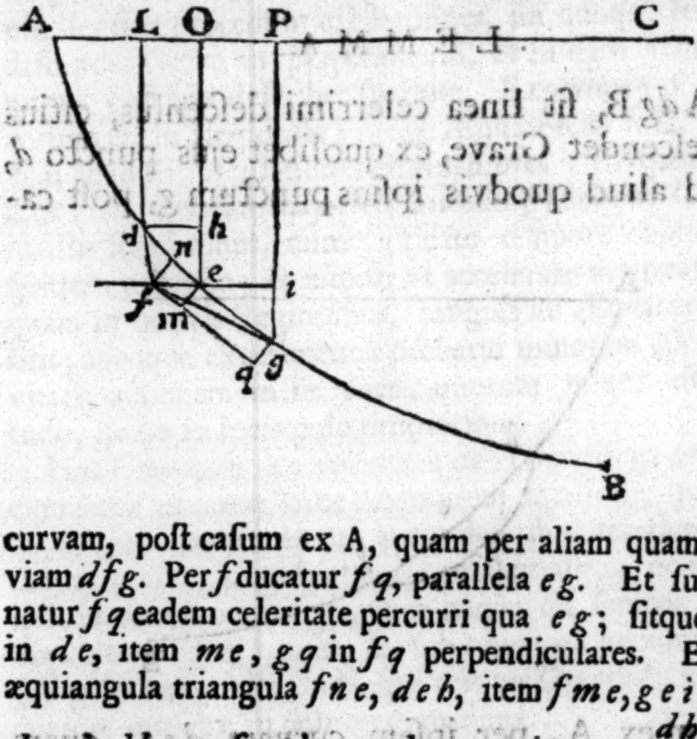


sum ex A, per ipsam curvam *deg*, quam per aliam quamcunque viam.

Nam si dicatur citius descendere Grave per *dfg*, ergó via A*dfg*B, breviori tempore percurretur, quam A*deg*; ac proinde curva illa A*deg*B, non erit curva celerrimi descensus, contra hypothesim.

Sit

Sit jam AdegB curva, cujus axis AC, ordinatim applicata dL; fluxio seu incrementum momentaneum axis, sit LO $= dh$; fluxio vero curvæ sit de; sitque semper rectangulum sub data recta, quam vocemus a, & dh vel LO, applicatum ad de, velocitati qua percurritur de, hoc est, quæ acquiritur cadendo ex A in d proportionale, hæc curva erit linea celerrimi descensus. Capiantur de, eg duæ curvæ portiones contiguæ, & infinite parvæ; quæ proinde à rectulis minime differunt: dico minore tempore descendere Grave per deg

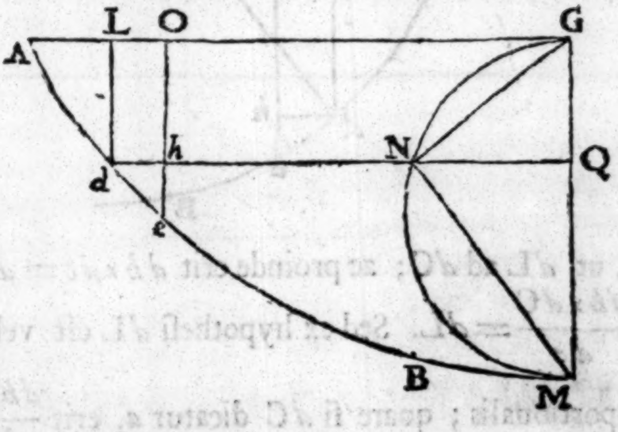


curvam, post casum ex A, quam per aliam quamlibet viam dfg. Per f ducatur fq, parallela eg. Et supponatur fq eadem celeritate percurri qua eg; sitque fn in de, item me, gq in fq perpendiculares. Et ob æquiangula triangula fne, deh, item fme, gei; est de ad dh, ut fe ad ne: adeoque erit $ne = \frac{dh \times fe}{de}$, item ob ge ad ei, ut fe ad fm, erit $fm = \frac{ei \times fe}{ge}$, est vero $\frac{dh \times fe}{de} : \frac{ei \times fe}{ge} :: \frac{dh}{de} :: \frac{ei}{ge} :: \frac{dh \times a}{de} : \frac{ei \times a}{ge}$,

hoc

hoc eſt, ne eſt ad fm ut velocitas, qua percurritur ne, ad velocitatem qua percurritur fm: unde ne, fm æqualibus temporibus percurruntur; & quia mq æqualis eſt eg, erit tempus per mq, æquale tempori per eg, adeoque tempus per fq, æquale erit tempori pe neg. Sed ob angulum ad q rectum, eſt fg major quam fq, adeoque tempus per fg, majus erit tempore per fq, vel per neg, & ob df majorem quam dn, erit tempus per df, majus tempore per dn; unde erit tempus per df, fg, majus tempore per dn, ng. Minore igitur tempore, deſcendit Grave ex dng, poſt lapſum ex A, per curvam deg, quam per aliam quamlibet viam; ac proinde curva AdegB erit via celerrimi deſcenſus.

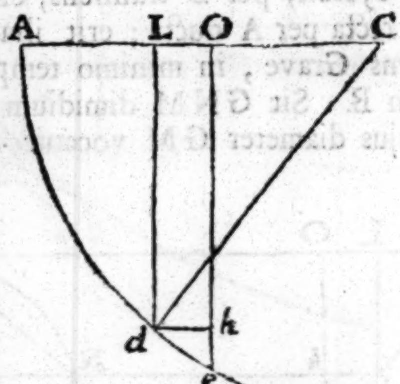
Sit ABM cyclois, per B tranſiens, cujus baſis ſit horizontalis recta per A ducta; erit illa linea ſuper qua deſcendens Grave, in minimo tempore, perveniet ex A in B. Sit GNM dimidium circuli Generatoris, cujus diameter GM vocetur a, ſitque de



pars curvæ cycloidis infinite parva, quæ ab ejus tangente in d minime differt; adeoque parallela erit rectæ NM; unde triangula dhe, NQM, GMN, æquiangula erunt - quare eſt de ad dh, ut GM ſeu a ad GN;

GN; ac proinde $dh \times a = de \times GN$. Ac $\frac{dh \times a}{de} = GN$. Sed (per Cor. Theor. 43.) eſt GN ut velocitas, quæ acquiritur à Gravi cadendo ex altitudine GQ, vel Ld, hoc eſt ut velocitas, qua percurritur lineola de. Quare erit $\frac{dh \times a}{de}$ velocitati qua percurritur lineola de proportionalis. Eſt igitur curva Cycloidis AdeB, linea celerrimi deſcenſus. Q. E. D.

Si velocitas ponatur eſſe ut altitudo unde decidit Grave, linea celerrimi deſcenſus erit portio peripheriæ circuli, cujus centrum eſt in horizontali per A ducta, Nam ob æquiangula triangula dhe, dLC, eſt dh ad



de, ut dL ad dC; ac proinde erit $dh \times dc = de \times d$L & $\frac{dh \times dC}{de} = d$L. Sed ex hypotheſi dL eſt velocitati proportionalis; quare ſi dC dicatur a, erit $\frac{dh \times a}{de}$ velocitati proportionale. In hac igitur hypotheſi peripheriæ portio AdeB, erit via celerrimi deſcenſus.

Si velocitas, in puncto quolibet, ſit ut altitudinis emenſæ dignitas m, & dicatur AL x, dL y, erit

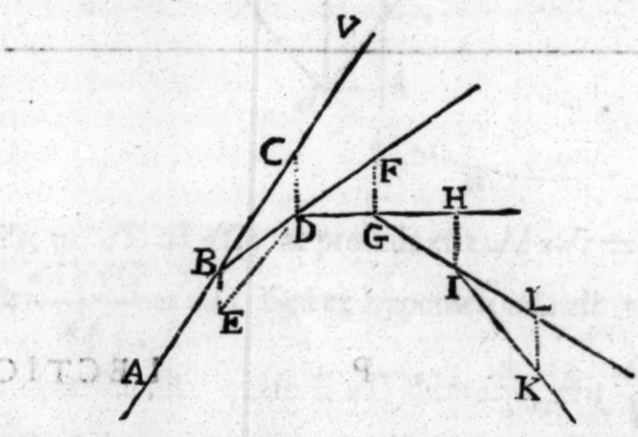
dh

$db = \dot{x}, be = \dot{y}$; & $de = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$. Quare ex curvæ natura, erit $\frac{a^m \dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} = y^m$, unde $\frac{a^{2m} \dot{x}^2}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = y^{2m}$, & $a^{2m} \dot{x}^2 = y^{2m} \dot{x}^2 + y^{2m} \dot{y}^2$, & $a^{2m} \dot{x}^2 - y^{2m} \dot{x}^2 = y^{2m} \dot{y}^2$, & $\dot{x}^2 = \frac{y^{2m} \dot{y}^2}{a^{2m} - y^{2m}}$, & $\dot{x} = \frac{y^m \dot{y}}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$. Quæ æquatio universaliter exprimit curvæ naturam, in qua descendit Grave, tempore brevissimo, si velocitas sit ut altitudinis emensæ dignitas quælibet m.

LECTIO XVI.

MOTUS Gravium in planis inclinatis, aut in ſuperficiebus curvis; eorumque ſymptomata præcipua, quantum permitteret inſtituti noſtri brevitas, in præcedente lectione explicavimus. Reſtat jam, ut Projectorum phænomena recenſeamus: & primo invenienda eſt natura iſtius lineæ, quam mobile in ſpatiis liberis, & non reſiſtentibus projectum, urgente vi Gravitatis deſcribit. Et quidem ſi directe ſurſum, vel deorſum, projiciatur Grave, in recta linea movebitur; ejuſque motum, eſſe motum uniformiter retardatum, vel acceleratum, prout ſurſum, vel deorſum projicitur, ex dictis in prioribus lectionibus conſtat. At ſi ſecundum directionem horizontalem, vel aliam quamvis ad horizontem obliquam projiciatur, in linea quadam curva deferetur.

Projiciatur enim mobile ex A, ſecundum directionem A V; per legem naturæ primam, ſi nulla alia ac-



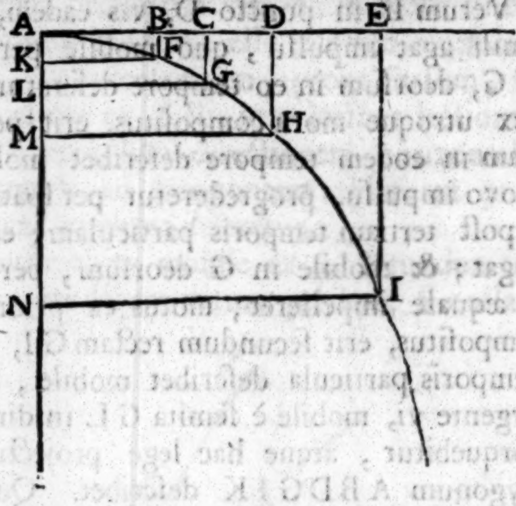
cedat vis, in eadem recta, eadem velocitate, ſemper progrederetur; adeoque æqualia ſpatia A B, B C temporibus æqualibus deſcriberet. Diſtinguamus itaque tempus in æquales particulas; & ſi poſt primam temporis

poris particulam ubi mobile ad B pervenerit, vis aliqua, impulsu unico, in ipsum agere supponatur; motumque illi communicare, quo secundum directionem ad horizontem perpendicularem (priore sublato motu) per rectam BE deferetur, in eo tempore quo describeret rectam BC; & compleatur parallelogrammum CBED: Constat ex cor. 2. theor. 30. mobile motu ex utroque composito, per diagonalem BD moveri, & in hac recta postea semper pergeret projectum, si nova nulla accederet vis ipsum ex propria semita detorquens; & æquali tempore spatium DF, ipsi BD æquale conficeret. Verum si in puncto D, vis eadem, secunda vice, simili agat impulsu, quo mobile per spatium æquale FG, deorsum in eo tempore deferatur: Motus mobilis ex utroque motu compositus, erit per rectam DG, quam in eodem tempore describet mobile, quo absque novo impulsu, progrederetur per spatium DF. Si vero post tertiam temporis particulam, eadem vis iterum agat; & mobile in G deorsum, per spatium ipsi HI æquale impelleret; motus ex priore & hoc novo compositus, erit secundum rectam GI, quam in quarta temporis particula describet mobile, in I vero eadem urgente vi, mobile è semita GL in directionem IK detorquebitur, atque hac lege projectum motu suo polygonum ABDGIK describet. Quod si diminuantur in infinitum singulæ temporis particulæ, quibus vim agere posuimus, & augeatur ipsarum numerus, latera polygoni in infinitum minuentur, ipsorumque numerus in infinitum augebitur: ac proinde in curvam vertetur Polygonum, hoc est, si vis deorsum propellens, talis sit, ut constanter & indesinenter agat, qualis est vis Gravitatis, mobile urgente hac vi in curva deferetur.

THEOR. XLVII.

Projectum, cujus linea directionis horizonti parallela est, motu suo describit lineam Parabolicam.

Si Grave, vi quavis extrinseca, Balista, *v. g.* Pulvere Pyrio, aut simili qualibet vi, ex puncto A projectum, cujus projectionis directio sit horizontalis A D. Dico gravis semitam fore curvam semiparabolicam. Nam si aër motui projecti minime obstaret, neque ad-



esset Gravitas; projectum motu æquabili procederet, in eadem semper directione; essentque tempora quibus percurruntur spatii partes A B, A C, A D, A E, ut ipsa spatia A B, A C, A D, A E respective. Accedente jam Gravitatis vi, & eodem tenore agente, ac si mobile vi extrinseca non impelleretur; continuo à recta A E deflectet, & spatia descensus seu deviationes ab horizontali A E, eædem erunt ac si perpendiculariter caderet. Quare si mobile, suâ Gravitate perpendiculariter cadens, tempore A B percurrat spatium A K; tempore A C descendet per A L, & tempore A D, per A M,

AM, eruntque ſpatia AK, AL, AM, ut quadrata temporum, hoc eſt ut quadrata rectarum AB, AC, AD, vel KF, LG, MH. At cum impetus ſecundum directionem horizonti parallelam idem ſemper maneat; huic enim vis Gravitatis, quæ deorſum tantum corpora urget, minime contraria eſt: æqualiter promovebitur mobile ſecundum directionem horizonti parallelam, ac ſi Gravitas abeſſet: quare cum tempore AB, percurrit mobile ſpatium æquale AB; cogente vero vi gravitatis deflectet à recta AB per ſpatium æquale AK, poſitaque BF æquali & parallela AK, in fine temporis AB, erit Grave in F. Sic cum tempore AC, percurrat mobile ſpatium, ſecundum directionem horizontalem, æquale AC, & in eo tempore deſcendat per ſpatium æquale AL, ſi fiat CG æqualis & parallela AL, in fine iſtius temporis, erit mobile in G. Similiter, cum tempore AD, ſecundum directionem horizontalem promoveatur Grave per ſpatium æquale AD, accedente Gravitate, deſcendat interim per ſpatium æquale AM, poſitaque DH æquali AM, in fine temporis AD erit mobile in H. Semitaque projecti erit in curva AFGH: ſed quia quadrata rectarum KF, LG, MH ſunt interceptis AK, AL, AM proportionalia, erit curva illa AFGH ſemiparabola. Eſt itaque ſemita corporis Gravis ſecundum directionem AE projecti curva ſemiparabolica. Q. E. D.

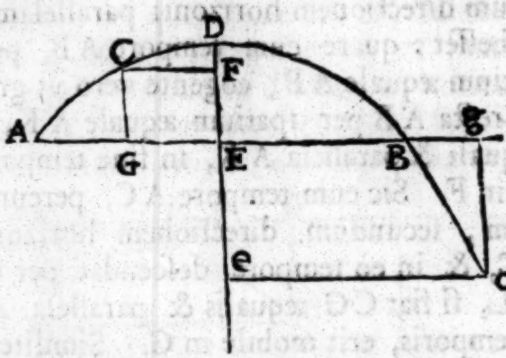
LEMMA.

Sit ADB curva talis, ut demiſſa, ex quovis ejus puncto C, ad AB, perpendiculari CG, rectangulum ſub AG GB æquale ſit rectangulo ſub CG, & data recta L, erit curva illa parabola.

Biſecetur AB in E; & erigatur perpendicularis DE; erit ex hypotheſi, rectangulum ſub DE & L,

 æquale

æquale rectangulo ſub AE EB, ſeu AE quadrato =(per 5. El. ſecundi) rectangulo ſub AG & GB + GE quad. = CG × L + GE quad. = EF × L + CF quad. quare erit rectang. ſub DF & L æquale CF quadrato, quæ eſt proprietas parabolæ. Si punctum *g*



cadat in AB productam; quod fit ubi curva deſcendit infra AB, eadem parabola erit locus puncti *c*; nam (per 6. El. ſecundi) eſt E*g* quad. = (*e c* quad. =) rectang. ſub A*g* *g*B + EB quad. = L × *c g* + L × DE =) L × D*e*: quæ eſt proprietas parabolæ.

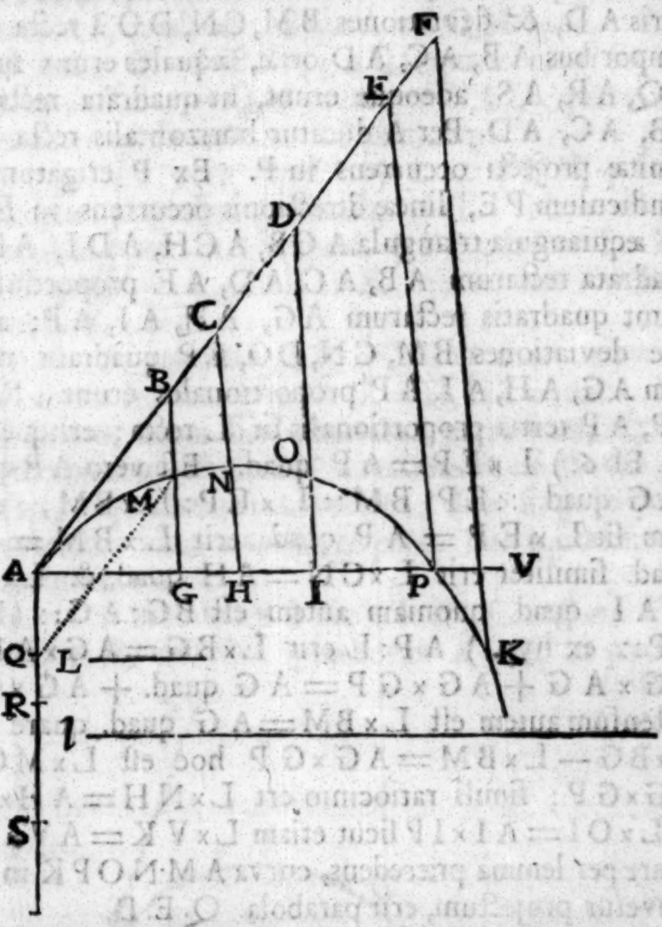
Cor. Eſt recta illa L latus rectum ſeu parameter parabolæ.

THEOR. XLVIII.

Linea curva, quæ deſcribitur à Gravi, ſecundum directionem quamlibet, ſurſum oblique projecto, parabolica eſt.

Sit AF directio projectionis, utcunque ad horizontem AV inclinata. Sepoſita Gravitatis actione, mobile in eadem recta motum ſuum ſemper continuaret, per legem naturæ primam, & ſpatia AB, AC, AD, temporibus proportionalia deſcriberet. At accedente Gravitate, à via AF continuo deflectere cogitur, & in

in curva moveri, dico hanc curvam esse parabolam. Ponamus Grave perpendiculariter cadens, tempore AB, percurrere spatium AQ, tempore vero AC, spatium AR, & tempore AD, spatium AS, erunt spatia AQ, AR, AS ut quadrata temporum, vel ut qua-



drata rectarum AB, AC, AD. Quoniam vero mobile vi insitâ exclusa gravitate, tempore AB percurreret spatium AB, Gravitate vero interim se exerente, descendit per spatium æquale AQ, liquet si in perpendiculo BG, capiatur BM = AQ, locum Gravis in fine temporis AB, fore M. Similiter cum mobile, ex impetu

impetu primo impresso, tempore ut AC, percurrere debet spatium AC, at ex vi Gravitatis per spatium = AR interim descendere cogitur, si capiatur in perpendiculo CN = AR; erit N locus mobilis in fine temporis AC. Sic etiam posito spatio DO, in perpendiculo, æquali AS, erit O locus mobilis in fine temporis AD, & deviationes BM, CN, DO à recta AF temporibus AB, AC, AD ortæ, æquales erunt spatiis AQ, AR, AS, adeoque erunt, ut quadrata rectarum AB, AC, AD. Per A ducatur horizontalis recta AP, semitæ projecti occurrens in P. Ex P erigatur perpendiculum PE, lineæ directionis occurrens in E, & ob æquiangula triangula AGB, ACH, ADI, AEP; quadrata rectarum AB, AC, AD, AE proportionalia erunt quadratis rectarum AG, AH, AI, AP; adeoque deviationes BM, CN, DO, EP quadratis rectarum AG, AH, AI, AP proportionales erunt. Rectis EP, AP tertia proportionalis sit L recta; eritque per 17. El. 6.) $L \times EP = AP$ quad. Est vero AP quad. $: AG$ quad. $:: EP : BM :: L \times EP : L \times BM$, unde cum sit $L \times EP = AP$ quad. erit $L \times BM = AG$ quad. similiter erit $L \times CN = AH$ quad. & $L \times DO = AI$ quad. quoniam autem est $BG : AG ::$ ($EP : AP ::$ ex hyp.) $AP : L$ erit $L \times BG = AG \times AP = AG \times AG + AG \times GP = AG$ quad. $+ AG \times GP$. Ostensum autem est $L \times BM = AG$ quad. quare erit $L \times BG - L \times BM = AG \times GP$ hoc est $L \times MG = AG \times GP$; simili ratiocinio ert $L \times NH = AH \times HP$ & $L \times OI = AI \times IP$ sicut etiam $L \times VK = AV \times VP$. quare per lemma præcedens, curva AMNOPK in qua movetur projectum, erit parabola. Q. E. D.

Cor. 1. Recta L est parabolæ latus rectum ad axem pertinens.

Cor. 2. Sit $AH = HP$ & erit $L \times CN = AH$ quad. $= L \times NH$. unde erit $NH = CN$; ac proinde recta AF linea directionis projecti parabolam tanget (per prop. 33. libri primi Conicorum Apollonii.)

Cor.

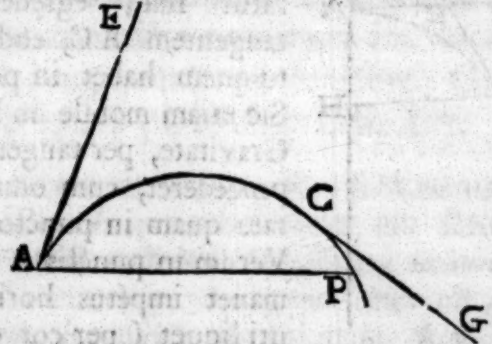
Cor. 3. Quoniam est $AP = 2AH$; erit $PE = 2CH = 4CN$ vel $4NH$.

Cor. 4. Si rectis PE, AE tertia proportionalis sit l, erit l latus rectum, seu parameter parabolæ ad diametrum AS pertinens. Nam quoniam PE AE l sunt continue proportionales; erit $l \times PE = AE$ quadrato: est vero AE quad. ad AB quad. vel QM quad. :: PE : : BM vel AQ :: $l \times PE : l \times AQ$: quare cum sit AE quad. $= l \times PE$ erit QM quad. $= l \times AQ$. quare erit l parameter ad diametrum AS pertinens.

Cor. 5. Est vero $l = PE + L = 4NH + L =$ quadruplæ altitudini parabolæ $+ L$. Nam est $l \times PE = AE$ quad. $= AP$ quad. $+ PE$ quad. $= L \times PE + PE$ quad. $= L + PE \times PE$. quare erit $l = L + PE = L + 4NH$.

Cor. 6. Si tempora AB, BC, CD fiant æqualia; erunt spatia horizontalia AG, GH, HI æqualia. hoc est si Grave, motu suo, describat parabolam, æqualibus temporibus secundum directionem horizonti parallelam, æqualiter promovebitur; & in singulis parabolæ punctis, idem manebit impetus horizontalis, qui fuit ab initio motus.

Cor. 7. Si mobile ex A projectum, secundum directionem AE, describat parabolam ACP; in puncto



quolibet C per legem naturæ primam, secundum tangentem CG egredi conabitur, cum omni ea velocitate quam in puncto C habet, & per solam Gravitatem in

curva

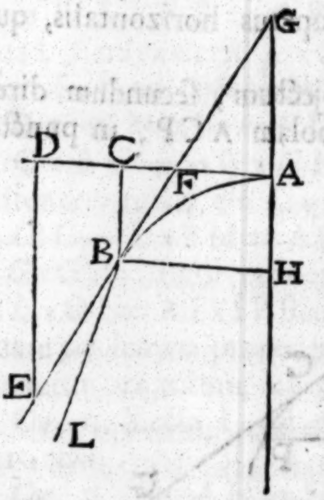
curva parabolica retinetur. Quod si aliud Grave ex C secundum directionem C G, ea velocitate projiciatur, quam habuit Grave ex A projectum, in eodem puncto C; Grave illud alterum, eandem parabolam C P describet. In puncto enim C eadem est utriusque Gravis directio, eadem velocitas, & eadem Gravitatis vis: quare utriusque eadem erit semita.

Cor. 8. Hinc si Grave, deorsum secundum directionem ad horizontem obliquam, projiciatur; semita projecti erit curva parabolica.

THEOR. XLIX.

Impetus projecti in diversis parabolæ punctis, sunt ut portiones tangentium inter duas rectas axi parallelas interceptæ.

Describat Grave parabolam A B L, quam tangant in punctis A & B, rectæ A D, B E. Erunt impetus Gravis in punctis A & B, ut C D, E B portiones tangentium, inter duas rectas axi parallelas, interceptæ. Nam si à mobili in puncto A Gravitas auferatur sua, egrederetur in tangentem A C, eodem impetu quem habet in puncto A. Sic etiam mobile in B, amissa Gravitate, per tangentem B E procederet, cum omni velocitate quam in puncto B habet. Verum in punctis A & B idem manet impetus horizontalis, uti liquet (per cor. 6. præcedentis theor.) adeoque, mobile in A, egrediens per tangentem A D, & in B per tangentem B E, æqualibus temporibus per æqualia spatia secundum lationem horizontalem



rizontalem promovebitur. Æqualibus igitur temporibus percurruntur CD, in tangente AD, & BE in tangente BE, sed velocitates, seu impetus mobilis, sunt ut spatia, æqualibus temporibus percursa: quare impetus mobilis in A, est ad ejusdem impetum in B ut CD ad BE. Q. E. D.

Cor. Si A sit vertex parabolæ, & producatur tangens, donec axi occurrat in G; erit impetus in A ad impetum in B ut ordinata BH, ad tangentem BG; est enim CD:BE::CF:BF (ob Triangula CBF BHG similia)::BH:BG.

Defin. Sit ACF parabola, in cujus axe ultra verticem producto capiatur GA $= \frac{1}{4}$ lateris recti. Linea GA dicitur sublimitas parabolæ. Et si infra verticem, capiatur AD $=$ AG, & ordinetur DC ad axem, erit DC $= 2$ AD vel 2 AG, nam ex natura parabolæ rectangulum sub latere recto $= 4$ AD & AD, hoc est 4 AD quad. $=$ est DG quad. adeoque erit 2 AD $=$ DC.

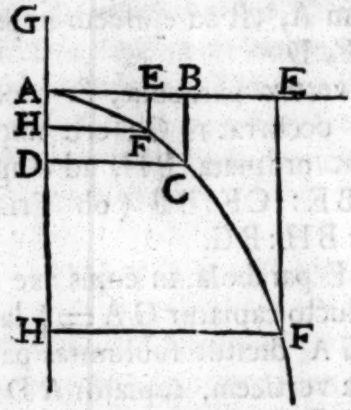
Vide figuram Theorematis sequentis.

THEOR. L.

Si Grave ex sublimitate parabolæ decidat, ad verticem usque, motusque cadendo acquisitus, reflexione aliqua, aut alio quovis modo, in horizontalem mutetur, ita ut de novo, Grave incipiat motum deorsum; Grave projectum ipsam parabolam describet.

Cadat Grave ex puncto G, sublimitate parabolæ ACF, & in A, per reflexionem, aut aliam quamvis causam, motus cadendo acquisitus, in horizontalem per ABE mutetur: vel quod idem est, projiciatur Grave secundum directionem AE, ea velocitate quæ acquiritur cadendo per GA, dico Grave illud, parabolam ACF motu suo describere. Sit AD $=$ AG. eritque DC $= 2$ AG. ducatur CB ipsi

ipsi AD parallela. Et ex alio quovis parabolæ puncto F, ducantur FH ad AE, & FE ad HA parallelæ. Si abesset Gravitas, mobile secundum directio-



nem AE projectum, velocitate quæ acquiritur cadendo ex G in A, in eodem tempore per duplum GA latum esset; adeoque in eo tempore describeret $AB = DC = 2GA$. Sed mobile ob vim Gravitatis, incipiens in puncto A, de novo descendere, in eodem tempore cadet per spatium $BC = AG$. quare motu suo transibit per punctum C in parabola. Porro supponatur mobile motu horizontali, (abstrahendo ab illo qui ex Gravitate oritur) quodam tempore pervenisse in E, ultra vel citra B; cumque motus secundum directionem horizonti parallelam æquabilis maneat, erunt AB AE, ut tempora quibus percurruntur. sed descensus sive deviationes mobilis à recta AE, sunt ut quadrata temporum, quibus fiunt: quare ob BC, EF quadratis rectarum AB, AE proportionales, cum C est locus Gravis in fine temporis AB, erit F ejusdem locus in fine temporis AE; atque sic semper Grave in parabola ACF reperietur.

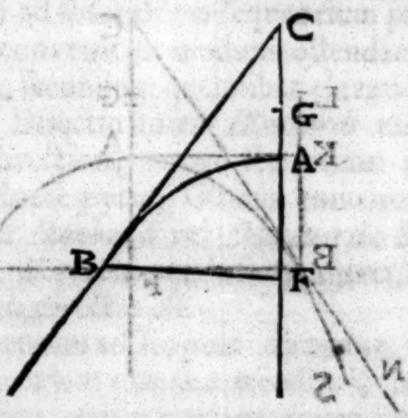
Cor. Hinc Gravis, parabolam quamvis describentis, velocitas in vertice, est ea quæ acquiritur cadendo ex sublimitate parabolæ.

LEMMA.

LEMMA.

Sit BA parabola, cujus axis AF, ſublimitas AG, tangens quælibet BC, ordinatim applicata BF, erit BF quad. : BC quad. :: GA : GF.

Eſt enim (per 33. (libri primi Conicorum Apollonii) CF = 2AF & ex natura parabolæ 4GA



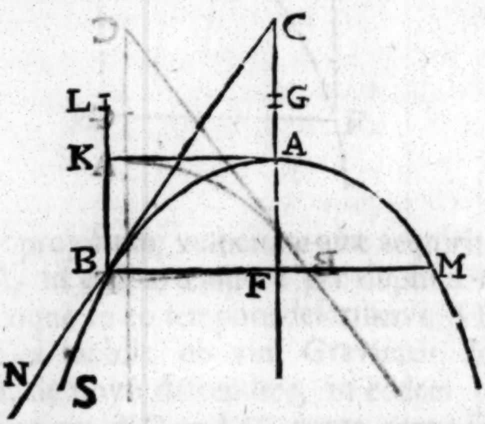
× AF = BF quad. quare erit BF quad. : BC quad. :: 4GA × AF : 4GA × AF + CF quad. :: 4GA × AF : 4GA × AF + 4AF quad. :: GA : GA + AF vel GF. Q. E. D.

THEOR. LI.

Grave directe ſurſum projectum, eodem impetu, quo aliud Grave oblique projicitur, aſcendet ad altitudinem, æqualem altitudini & ſublimitati ſimul ſumptis ejus parabolæ, quam oblique projectum motu ſuo deſcribet.

Projiciatur ex B, ſecundum directionem BC Grave, motu ſuo deſcribens parabolam BAM, cujus axis AF, vertex

vertex A, sublimitas G A. Dico si idem vel aliud Grave, æquali impetu ex B projiciatur, directe sursum, illud ascendere ad L; ut sit B L æqualis F G altitudini & sublimitati parabolæ simul sumptis. Per Cor. Theor. 49. Impetus Gravis, in B, est ad ejusdem impetum in A, ut B C ad B F; sed impetus acquisitus cadendo ex G in F, est ad impetum acquisitum cadendo ex G in A, in subduplicata ratione G F ad G A, hoc est (ob B C quad. : B F quad. : : G F : : G A) ut B C



ad B F. quare erit impetus in B, ad impetum in A, ut impetus acquisitus cadendo ex G in F, ad impetum acquisitum cadendo ex G in A; sed impetus Gravis, in vertice A, est is qui acquiritur cadendo ex G in A; quare ejusdem impetus, seu velocitas, in B, est ea quæ acquiritur cadendo ex G in F, sive ex L in B. quæ altitudo æqualis est altitudini & sublimitati parabolæ simul sumptis; sed Grave sursum directe projectum eodem impetu, ascendet ad L: quare si Grave directe sursum projiciatur eo impetu quem habet aliud Grave describens parabolam B A M in eodem puncto B, ascendet ad altitudinem, æqualem altitudini & sublimitati parabolæ simul sumptis. Q. E. D.

Cor. 1. Si Grave cadat ex L in B, & manente impetu, casu acquisito, reflectione aliqua, aut simili quovis

vis modo, mutetur directio motus, in rectam B C, vel B N; ita ut Grave de novo incipiat descendere, Grave motu suo parabolam S B A M describet.

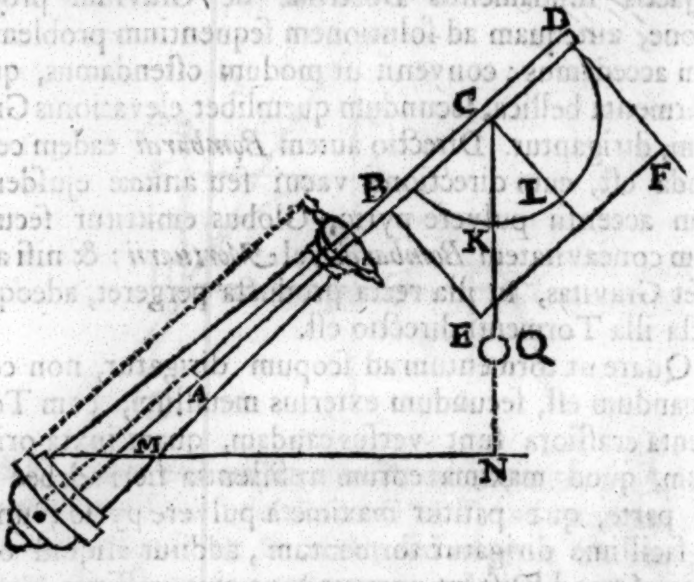
Cor. 2. Impetus in quovis parabolæ puncto B, est is qui acquiritur, cadendo per quartam partem lateris recti pertinentis ad diametrum, quæ per punctum illud ducitur. Est enim $LB = \frac{1}{4} L + KB$: quare erit $4 LB = L + 4 KB =$ lateri recto quod ad diametrum per B transeuntem pertinet, ut constat ex Cor. 5. Theor. 48.

Jactis fundamentis Doctrinæ de Gravium projectione, antequam ad solutionem sequentium problematum accedamus; convenit ut modum ostendamus, quo Tormenta bellica, secundum quemlibet elevationis Gradum, dirigantur. Directio autem *Bombardi* eadem censenda est, cum directione vacui seu animæ ejusdem; nam accensu pulvere pyrio, Globus emittitur secundum concavitatem *Bombardi* vel *Mortuarii*: & nisi adesset Gravitas, in illa recta producta pergeret, adeoque recta illa Tormenti directio est.

Quare ut tormentum ad scopum dirigatur, non collimandum est, secundum exterius metallum, cum Tormenta crassiora sunt versus caudam, quam juxta orificium, quod maxima eorum resistentia fieri debet in ea parte, quæ patitur maxime à pulvere pyrio; unde ut facillime dirigatur tormentum, additur aliquid orificio, (quod *Dispart* vocatur) ut ejus crassities æquetur crassitiei caudæ, collimatur deinceps per rectam animæ Bombardi parallelam, atque modo prædicto, Tormenta rectà ad scopum diriguntur; cum muri dejiciendi sunt, aut aliud quidvis efficiendum, ubi magnus requiritur impetus, & scopus non distat ultra 200 passus, & tormentum satis magnum est; in talibus jactibus præter mox dicta, & experientiam, de concedendo cuique Tormento, debitam pulveris pyrii quantitatem, & Globo congruo, nullum insuper artificium requiritur. Verum cum sæpissime arces, aut hostes impetendi sunt, qui ob nimiam distantiam, rectà collimando attingi non

possunt,

poſſunt, vel ubi urbium tecta, per *Bombas* cadentes perrumpenda; & ædes accendendæ ſunt, elevandum eſt machina Bellica, angulo ad horizontem inclinato, in quem finem opus erit regula A B C D cui adhæret parallelogrammum B E F D, in quo ſemicirculus in ſuos gradus diviſus inſcriptus; ex cujus centro dependet filum pondere inſtructum, extremum autem regulæ A in os machinæ inſerendum eſt,& in ſitu ad ejus axem parallelo regula detinenda eſt, atque ſic attollendum,



aut deprimendum eſt Tormentum, donec perpendiculum C Q attingat, in ſemicirculi limbo, punctum K, gradum ſcil. elevationis deſideratæ, ab L verſus B numerandum; patet autem angulum L C K, æqualem eſſe angulo C M N elevationis machinæ; quia angulus M C N eſt utriuſque complementum ad rectum, ſæpe parallelogrammo B E F D ſolum utuntur abſque regula, & latus B E ad os machinæ applicant, quo fit ut perpendiculum C Q oſtendat gradum elevationis.

Vide figuram Problematis ſequentis.

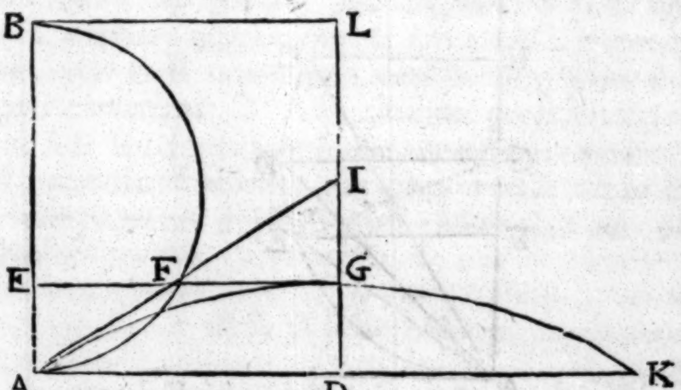
Defin. Per Impetum perpendiculo quovis A B deſignatum, intelligimus impetum requiſitum

ſitum ad projiciendum Grave propoſitum ex A ad altiſſimum punctum B perpendiculi A B, ſive quod idem eſt, impetum acquiſitum cadendo ex B in A; neque enim alia ratione, impetus ſub certa & univerſali regula, cadere poteſt, quam illum hoc modo per ſpatia determinando.

PROBL. VIII.

Dato impetu B A, hoc eſt quantus eſt naturaliter cadentis ex B in A, dataque directione A I, ſeu angulo Elevationis D A I; oportet projectionis amplitudinem, altitudinem, totamque futuræ projectionis ſemitam reperire.

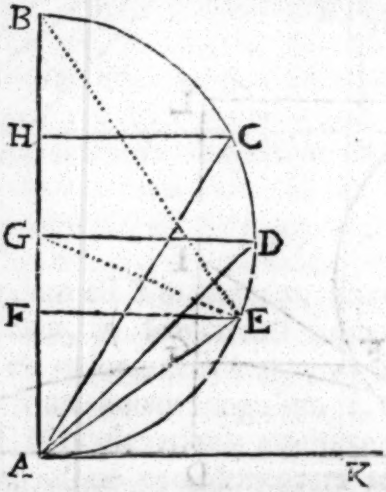
Ducantur ex A & B, horizontales lineæ A D, B L. Supra diametrum A B fiat ſemicirculus A F B, qui lineam directionis A I ſecet in F; per F ducatur hori-



zonti parallela E F; & producatur ad G, ita ut ſit G F = E F; itemque per G agatur perpendiculum L G D; vertice G per A, deſcribatur parabola A G K; dico hanc eſſe ſemitam projecti, cujus directio eſt A I, & impetus

tus A B; adeoque D G five A E erit projectionis altitudo. Dupla A D five quadrupla E F, erit ejusdem amplitudo five jactus integer horizontalis, & B E five L G, erit ejusdem parabolæ sublimitas. In triangulis A E F, I G F, ob angulos ad E & G rectos, & angulos A F E, G F I ad verticem æquales, item E F = G F, erit I G = A E = D G, ac proinde recta A I tanget parabolam. Et quoniam est A D = E G = 2 E F; erit A D quad. = 4 E F quad. = 4 B E x E A = 4 L G x G D = rectangulo sub latere recto & G D; quare erit 4 L G = lateri recto parabolæ, unde erit L G ejusdem parabolæ sublimitas; quare (per cor. Theor. 51.) si Grave decidat ex B in A & impetu casu acquisito secundum directionem A I projiciatur, parabolam A G K describat.

Cor. Hinc manifestum est ex dato alicujus machinæ impetu A B, circa quem descriptus sit semicirculus A D B, dari altitudines & amplitudines omnium pro-



jectionum, quæ ab eadem machina fieri possunt. Exempli gratia, manente semper eodem impetu A B, projectio facta secundum directionem A E, habet altitudinem A F, & amplitudinem quadruplam ipsius E F; similiter jactus facti secundum directionem A D, altitudo

do erit A G,& amplitudo quadrupla ipſius GD; & ſic de cæteris. Unde ſi angulus elevationis D A K ſit ſemirectus, erit quadrupla G D, amplitudo omnium maxima, quæ eodem impetu fieri poſſunt; & amplitudines projectionum æqualiter à projectione ſemirecta diſtantium, verbi gratia ſecundum rectas A E, A C, (poſitis angulis D A E, D A C æqualibus) nimirum quadruplam E F & quadruplam H C, eſſe æquales. Erit præterea projectionis ſemirectæ amplitudo $= 4\, GD = 4\, GB =$ lateri recto parabolæ. Projectio vero perpendicularis ſurſum, hoc eſt impetus projectionis, æquabitur dimidiæ amplitudini projectionis ſemirectæ, eodem impetu factæ. Denique ad æquales jactus, in plano horizontali faciendos, minor requiritur impetus, in projectione ſemirecta; ſi enim non ſit minor impetu alterius projectionis, ſecundum aliam directionem factæ; erit amplitudo projectionis ſemirectæ, major amplitudine alterius iſtius projectionis.

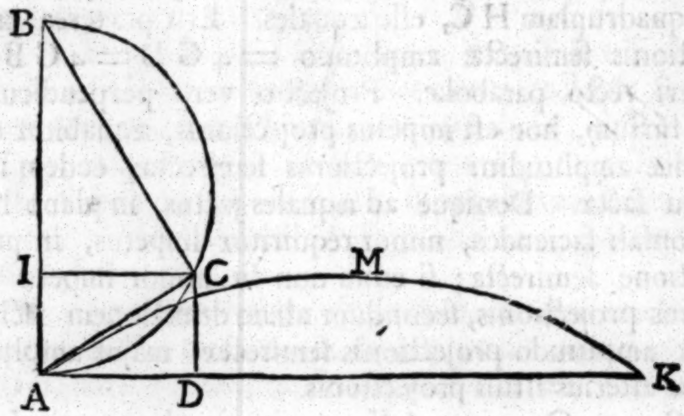
Cor. 2. Quoniam A K tangit circulum, erit (per 32. Elementi tertii) angulus A B E $=$ E A K angulo elevationis; ac proinde eſt angulus A G E ipſius E A K duplus: quare poſito G A dimidio impetus, pro radio, erit E F quarta pars amplitudinis, ſinus dupli anguli elevationis, & A F altitudo projectionis, erit arcus A E ſeu dupla anguli elevationis ſinus verſus, & F B parabolæ ſublimitas erit ſinus verſus arcus B F, ſeu complementi dupli anguli elevationis ad duos rectos.

PROBL. IX.

Datis, amplitudine A K; & angulo directionis C A K; invenire projectionis impetum, & altitudinem A I.

Capiatur A D, pars quarta amplitudinis; & erigantur perpendicula D C, A B; fiatque angulus A C B;

fiatque rectus. Dico A B esse projectionis impetum; & D C esse ejusdem altitudinem. Nam quoniam angulus A C B rectus est, semicirculus diametro A B descriptus, transibit per C; unde per Corol. 1. Problematis præcedentis, projectio cujus directio A C, im-



petus A B motu suo describet parabolam A M K, cujus altitudo est D C, vel A I, & quarta pars amplitudinis est A D; quare vicissim projectum cujus directio est A C, quarta pars amplitudinis A D, impetum habebit A B, & altitudinem D C. Q. E. D.

Cor. Hinc ex dato cujusvis machinæ quovis jactu horizontali, à data elevatione facto; reperire licet altitudinem jactus perpendiculariter sursum facti, nimirum machinæ impetum, qui quidem, in majoribus Tormentis, excedit quamlibet perpendicularem altitudinem, ad quam ascendere hominibus conceditur. Dato vero impetu, dabitur amplitudo & altitudo jactus, ex alia quavis elevatione facti, unde dignosci potest num dato Tormento, scopus cujus distantia cognita est, attingi poterit.

Cor. 2 Si A D, quarta pars amplitudinis, ponatur radius, erit altitudo D C tangens anguli elevationis.

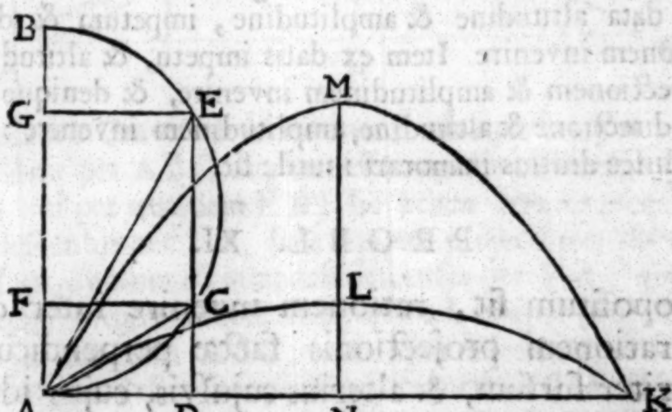
Ut

Ut ſcopus, in data diſtantia horizontali percutiatur, præſtat eundem ſemper retinere angulum directionis, ſemirectum nempe, & impetum augere, vel minuere, donec ſcopus attingatur. Nam machina ad hunc angulum elevata, minimus requiritur impetus ad ſcopum feriendum, adeoque in hiſce jactibus faciendis maxime pulveri pyrio parcitur; accedit quod circa hanc elevationem, jactus ſit omnium certiſſimus; cum error unius, aut duorum graduum vix ſenſibilem in projectione producet errorem.

PROBL. X.

Datis impetu & amplitudine, invenire directionem & altitudinem jactus.

Sit impetus A B; quarta pars amplitudinis datæ, ſit A D. Supra diametrum A B, deſcribatur ſemicirculus A C E B, & erigatur normalis D C E, ſemicirculum



ſecans in punctis C & E, dico utramque directionem ſive A C, ſive A E, parabolam deſignare, cujus amplitudo erit A K, quadrupla A D. Nam projectiones factæ, cum impetu A B, juxta directionem A C vel A E, amplitudinem habent A K quadruplam ipſius F C,

 vel

vel G E, (per Probl. 8.) altitudo vero potest esse, vel A F, vel A G; ut patet. Quod si normalis D C, circulo in unico puncto occurrat, hoc est ipsum tangat; parabola unica erit descripta, projectione semirecta; & amplitudo proposita erit maxima quam dato impetu attingere licet. Si perpendicularis D C semicirculo non occurrat, problema erit impossibile.

Cor. Si habeatur machinæ cujusvis impetus, (inventus per Cor. Probl. præcedentis, ex quovis jactu horizontali) licebit ope hujus Probl. talem machinæ tribuere directionem, ut scopus in data distantia horizontali positus feriatur, & ex duabus directionibus proposito aptis, à directione semirecta æqualiter remotis, magis idoneam eligere.

SCHOLIUM.

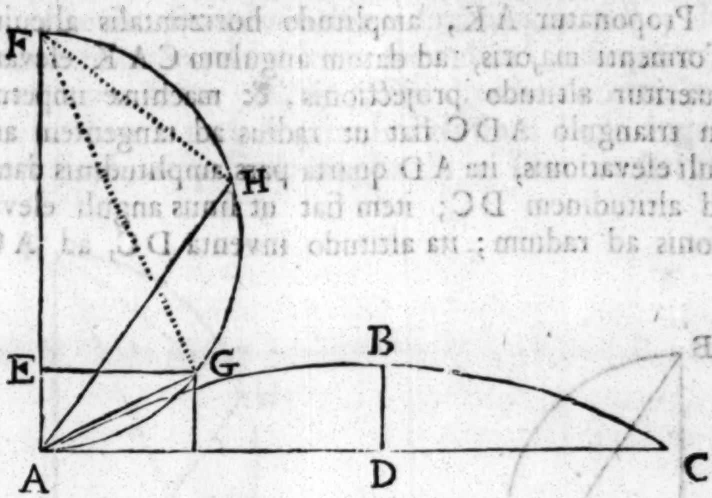
Præcedentium trium problematum conversa, ex supradictis facillime, & nullo negotio solvuntur; scil. ex data altitudine & amplitudine, impetum & directionem invenire. Item ex datis impetu, & altitudine, directionem & amplitudinem invenire, & denique datis directione & altitudine, amplitudinem invenire: ita ut hisce diutius immorari inutile sit.

PROBL. XI.

Propositum sit, rationem invenire inter durationem projectionis factæ perpendiculariter sursum, & alterius cujusvis, cujus idem est impetus.

Sit A F projecti impetus, sive projectio sursum facta, & A B C, projectio ex alia qualibet elevatione A G, circa diametrum A F, describatur semicirculus, directionem A G secans in G. dico durationem projectionis directe sursum, sive tempus ascensus per A F, & descensus

descensus per eandem, esse ad durationem projectionis in parabola A B C, sicut A F ad A G. Tempus lationis ex A in B, æquale est tempori lationis ex B in C: adeoque tempus per A B C, duplum est temporis lationis ex B in C; sed tempus lationis ex B in C, æquale est tempori descensus liberi in perpendiculo B D; quoniam motus progressivus nullo modo impedit de-



scensum à Gravitate oriundum; adeoque tempus projectionis per A B C, duplum est temporis descensus per B D vel per æqualem E A; sic etiam tempus ascensus & descensus per F A, sive tempus projectionis directe sursum, duplum est temporis descensus per F A; quare tempus projectionis sursum, erit ad tempus projectionis in parabola A B C; ut tempus descensus per F A, ad tempus descensus per E A, hoc est in subduplicata ratione F A ad E A, vel ob F A, A G, E A continue proportionales, ut F A ad A G. Q. E. D.

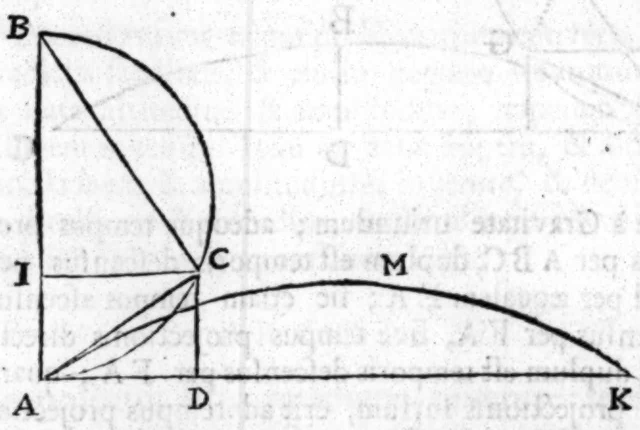
Cor. Durationes projectionum, pari impetu, secundum diversas directiones A G, A H factarum, sunt in ratione chordarum A G, A H. Quod si A F ponatur radius, erit A G sinus anguli A F G, qui æqualis est angulo elevationis machinæ, adeoque est tempus projectionis

jectionis directe sursum, ad tempus projectionis in parabola, ut radius ad sinum anguli directionis.

SCHOLIUM.

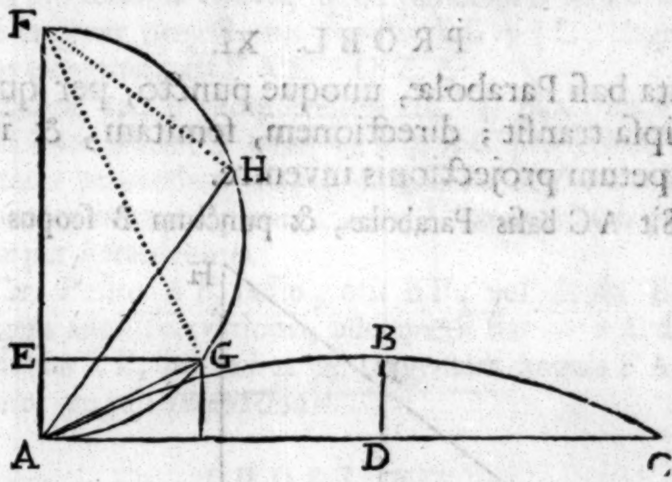
Omnia Problemata circa Gravium projectiones, in plano horizontali factas; ope Tabularum Sinuum & Tangentium facillime resolvuntur.

Proponatur AK, amplitudo horizontalis alicujus Tormenti majoris, ad datum angulum CAK elevati, quæritur altitudo projectionis, & machinæ impetus. In triangulo ADC fiat ut radius ad tangentem anguli elevationis, ita AD quarta pars amplitudinis datæ, ad altitudinem DC; item fiat ut sinus anguli elevationis ad radium; ita altitudo inventa DC, ad AC,



quæ proinde dabitur; & in rectangulo triangulo BCA, fiat ut sinus anguli ABC (qui æqualis est elevationis angulo,) ad radium; ita AC ad AB impetum, qui proinde innotescet. Dato vero impetu, dabitur tempus projectionis perpendicularis. Est vero tempus projectionis perpendicularis ad tempus projectionis secundum AC, ut AB ad AC; sive ut radius ad sinum anguli elevationis; ac proinde, per tabulas sinuum

nuum, tempus projectionis secundum A C innotescet. Hinc etiam, ex dato tempore projectionis cujusvis, secundum datam elevationem factæ, dabitur tempus alterius cujusvis projectionis, eodem impetu factæ. Est enim ut sinus elevationis projectionis, cujus tempus est notum, ad sinum alterius elevationis, ita tempus notum projectionis unius ad tempus alterius quod proinde notum erit. Ex data vero amplitudine unius projectionis; secundum datam directionem factæ, dabitur amplitudo projectionis secundum aliam quamvis directionem factæ. Nam posito dimidio impetus pro radio; quarta pars amplitudins est sinus dupli anguli elevationis, ac proinde amplitudines sunt ut horum



angulorum sinus. Quare si innotescat amplitudo secundum directionem A G; dabitur amplitudo secundum directionem A H; fiat enim ut sinus dupli anguli C A G, ad sinum dupli anguli H A C, ita amplitudo projectionis secundum A G, ad amplitudinem projectionis secundum directionem A H. Quod si ex datis impetu, & amplitudine horizontali, quæratur elevatio correspondens; illa ex eodem principio facile innotescat. Nam constat ex cor. 2. Probl. 8. duplum impetus

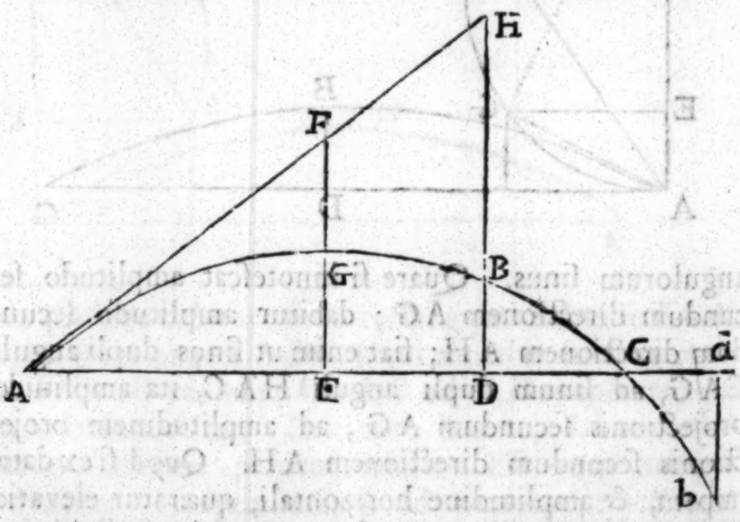
tus esse amplitudinem projectionis semirectæ. Sed sinus elevationum duplicatarum sunt ut amplitudines; quare fiat ut duplum impetus ad amplitudinem datam, ita sinus dupli anguli semirecti, hoc est sinus nonaginta graduum, seu radius ad alium; qui erit sinus duorum arcuum, quorum unus est alterius complementum, ad semicirculum: atque hi duo arcus dimidiati, dabunt duas elevationes, quibus data amplitudo attingi potest.

Non semper Tormenta bellica ita explodenda sunt, ut globus præcise in eodem horizontali plano incidat; sed sæpe scopus est altior Tormento, aut depressior; quare in sequenti Problemate, methodus tradenda est, qua scopus supra vel infra horizontem, attingendus est.

PROBL. XI.

Data basi Parabolæ, unoque puncto, per quod ipsa transit; directionem, semitam, & impetum projectionis invenire.

Sit AC basis Parabolæ, & punctum B scopus feriendus,



riendus, ex B in AC demittatur perpendicularis BD; rectis BD, AD, DC quarta proportionalis capiatur L; erit

erit L latus rectum parabolæ: bisecetur A C in E, & ex E erigatur perpendiculum E F, rectis L & A E tertia proportionalis sit E G; erit G vertex parabolæ: & si producatur E G, ita ut sit $GF = GE$, & ducatur A E, erit F A E angulus directionis machinæ. Estque impetus quo projiciendum est Grave, æqualis $EG + \frac{1}{4}L$. Quoniam est B D ad A D ut D C ad L; erit $L \times BD =$ rectangulo sub A D & D C, adeoque (per cor. Theor. 48.) est L latus rectum parabolæ, per B transeuntis, cujus basis est A C. Et quoniam L A E E G proportionales sunt, erit $L \times EG = AE$ quad. adeoque erit G vertex parabolæ. Vertice igitur G & latere recto L, descripta parabola, erit semita projectionis Gravis, quod punctum B feriet. Estque impetus projectionis æqualis $EG + \frac{1}{4}L$; angulus vero elevationis est F A E. Q. E. I.

Eodem modo procedendum est, si punctum *b* sit infra horizontem, si enim ex *b* in A C productam demittatur perpendicularis *b d*, & ipsis *b d* A *d* *d* C quarta proportionalis capiatur L, erit L latus rectum parabolæ per *b* transeuntis.

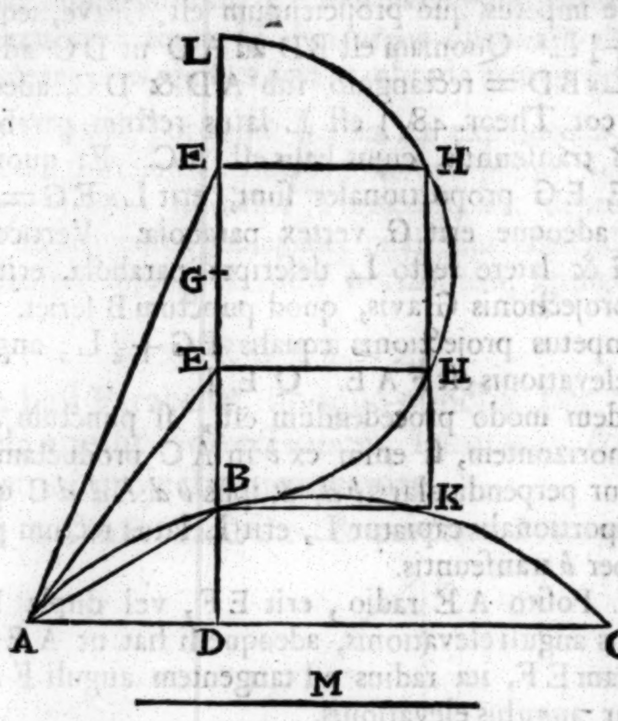
Cor. Posito A E radio, erit E F, vel dupla E G, tangens anguli elevationis, adeoque si fiat ut A E data ad datam E F, ita radius ad tangentem anguli F A E, dabitur angulus elevationis.

PROBL. XII.

Dato impetu, invenire directionem secundum quam projectum Grave datum punctum quodvis attingat.

Sit impetus datus M, punctum per quod transire debet projectum sit B, cujus distantia A B à puncto A datur, ex B in horizontalem A C demittatur perpendicularis B D, in qua producta capiatur $DG = 2M$ &

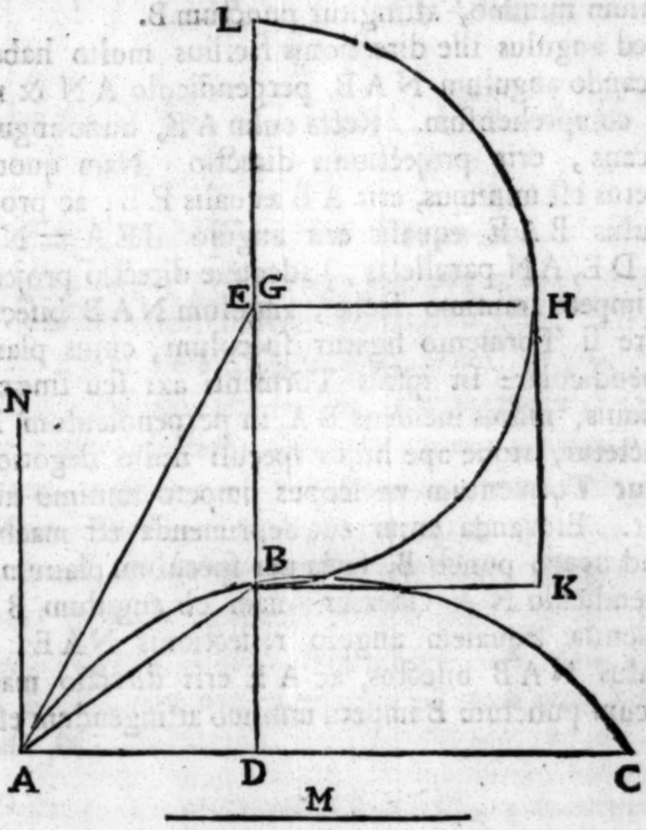
& centro G intervallo GB deſcribatur circulus quem in B tanget recta BK = AB: ex K ſuper BK erigatur perpendicularis KH circulo in duobus punctis HH occurrens, ex quibus in diametrum LB demittantur perpendiculares HE, HE, ducanturque rectæ AE, AE,



quæ erunt duæ directiones propoſito ſatisfacientes; hoc eſt projectum ſecundum directionem AE emiſſum cum impetu M, per punctum B tranſibit. Eſt enim AD quad. + BD quad. = AB quad. = BK quad. = EH quad. = (ex natura circuli) LE × EB = LB × EB − EB quad. = 4M − 2DB × EB − EB quad. quare erit 4M × EB = (AD quad. + BD quad. + 2DB × EB + EB quad. = AD quad. + DE quad. =) AE quad. Sed parabola deſcripta à Gravi ſecundum directionem AE projecto, cum impetu

petu M, ita secabit rectam DE, ut sit $4 M \times EB = AE$ quad. (uti patet ex cor. 2. Theor. 51.) quare punctum B est in eadem parabola: & Grave, cum impetu M, secundum directionem AE projectum, per B transibit. Q. E. D.

Cor. Si HK in uno solummodo puncto, circulo occurrat; hoc est, si circulum tangat; unica erit directio proposito inserviens. Quod si non omnino circulo occurrat, Problema erit impossibile, hoc est, punctum B dato impetu attingi non potest. Adeoque si KH circulum tangat, erit impetus ille omnium minimus, quo datum punctum attingi potest. Eritque in eo casu BK seu



AB

AB = BE vel BG = 2 M − DB, adeoque BE + BD seu DE = 2 M, impetus igitur minimus, quo datum punctum attingi potest, æqualis erit dimidiæ DE $= \frac{AB + BD}{2}$ & posito DA radio, erit DE tangens anguli EAD, hoc est anguli elevationis. Quare si fiat ut AD ad DE, sive ad AB + BD; ita radius ad quartam proportionalem; dabitur tangens anguli directionis, secundum quam si fiat projectio, impetu omnium minimo, attingitur punctum B.

Sed angulus ille directionis facilius multo habetur, bisecando angulum NAB, perpendiculo AN & recta AB comprehensum. Recta enim AE, hunc angulum bisecans, erit projectionis directio. Nam quoniam impetus est minimus, erit AB æqualis EB; ac proinde angulus BAE æqualis erit angulo BEA = NAE (ob DE, AN parallelas;) adeoque directio projectionis impetu minimo factæ, angulum NAB bisecabit. Quare si Tormento figatur speculum, cujus planum perpendiculare sit ipsius Tormenti axi seu lineæ directionis; radius incidens BA, in perpendiculum AN reflectetur, atque ope hujus speculi nullo negotio dirigitur Tormentum ut scopus impetu minimo attingatur. Elevanda enim aut deprimenda est machina, quoad imago puncti B, facta per speculum planum, in perpendiculo NA videatur: nam ob angulum BAE incidentiæ æqualem angulo reflectionis NAE, erit angulus NAB bisectus, ac AE erit directio machinæ, cum punctum B impetu minimo attingendum est.

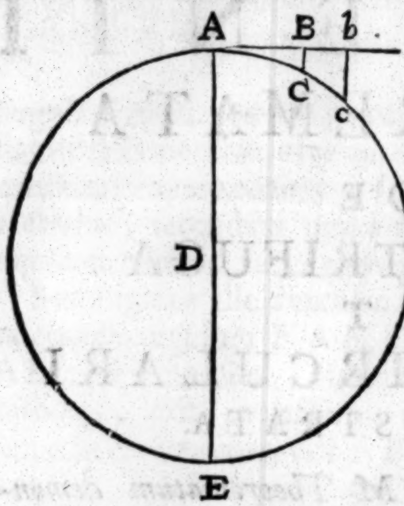
CLA-

CLARISSIMI HUGENII THEOREMATA DE VI CENTRIFUGA ET MOTU CIRCULARI DEMONSTRATA.

SEQUENTIUM Theorematum demonstrationes, primus ego literato orbi impertivi; auctor enim absque demonstratione, illa emiserat: postea vero à Gallis quibusdam, eadem Theoremata, sed mutato ordine, demonstrata sunt; & nunc ipsius Auctoris demonstrationes concinnæ admodum, nostris vero prolixiores, inter ejus opera posthuma prostant. Cum vero scientiæ de Motu partem haud ignobilem constituunt hæc Theoremata, placuit ipsorum demonstrationes huic rursus operi annectere; ut videat Respublica literaria quantum philosophia mechanica per Geometriam promovenda sit.

Defin. 1. Vis centripeta est vis illa, quâ mobile aliquod de motu rectilineo continuò retrahitur, & versus centrum aliquod perpetuò urgetur. Nam cum juxta satis notam naturæ legem, Corpus omne semel motum, secundum eandem rectum semper uniformiter progredi nitatur, patet nullum mobile posse orbitam aliquam motu suo

ſuo deſcribere, niſi vi quadam in orbitâ illâ detineatur. *Ex. gr.* Rotetur mobile uniformi cum motu in peripheria circuli A C E, quod ubi ad A pervenit, ſublatâ vi illâ qua in orbita detinetur, progrederetur ſecundum Tangentem A B, & in infinitum excurreret, quo itaque in peripheria detineatur, opus eſt, ut vis aliqua continuo agat, quæque æquipolleat vi in A agenti corpus verſus D per ſpatium æquale B C, interea dum mobile vi inſitâ per ſpatium indifinite exiguum A B progrederetur : nam hac ratione hiſce viribus conjunctis deſcribet mobile lineam A C (per *Theor.* 30.) Vis hæc, ſive ſit actio fili detinentis, ſive cohærentia cum alio corpore gyrante, ſive oriatur à Gravitate aut attractione quacunque, vis centripeta dici poteſt.



2. Vis Centrifuga eſt Reactio ſeu reſiſtentia quam exercet mobile ne à viâ ſuâ deflectere cogatur, quaque motum ſuum in eadem directione continuare conatur; eſtque uti Reactio actioni, vi centripetæ ſemper æqualis & contraria; ea ex vi inertiæ materiæ oritur, & cum corpus in peripheria circuli gyrans, ope fili, ne excurrat, detinetur; per vim illam centrifugam tenditur filum, quod filum eodem relaxandi ſe conatu, æqualiter urgebit corpus verſus centrum, & centrum verſus corpus.

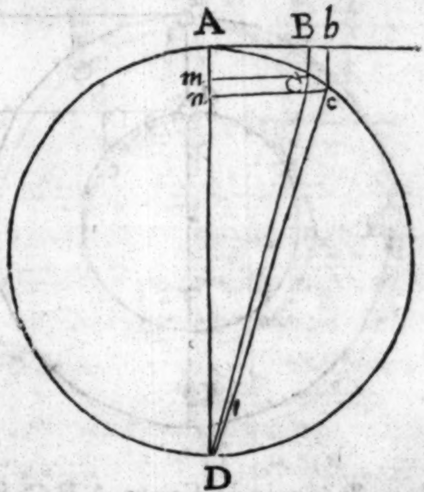
Cum vis centripeta proportionalis eſt ſpatio quod corpus urgenti illâ vi in dato tempore deſcribit, liquet tam vim centripetam quam centrifugam poſſe per lineolas naſcentes B C vel *b c* repræſentari, nam dum corpus

pus Tangentem AB indefinite exiguam deſcribit, ſpatium quod urgente vi centripetâ interea percurret, erit æquale BC. Demonſtravimus autem (*Lect.* 4ta.) in lineolis naſcentibus ſeu infinite parvis AB AC, eſſe BC, infinite minorem AB vel AC, unde vis centripeta vel centrifuga erit infinite minor quam vis inſita ſeu excurſoria AB.

LEMMA.

In circulo ſubtenſæ anguli contactus evaneſcentes ſive infinite parvæ ſunt in duplicatâ ratione arcuum conterminorum.

Sint arcus illi AC, A*c*, ſubtenſæ ad tangentem perpendiculares, BC, *bc*; ducatur diameter AD, & ad



diametrum perpendiculares C*m* *cn*; & erit $BC : bc :: Am : An :: Am \times AD : An \times AD$. Eſt vero (per 8. E.6.) $AD : AC :: AC : Am$, & $AD : Ac :: Ac : An$; quare erit $AD \times Am = ACq$ & $AD \times An = Acq$, quare eſt etiam $BC : bc :: ACq : Acq$. Q.E.D.

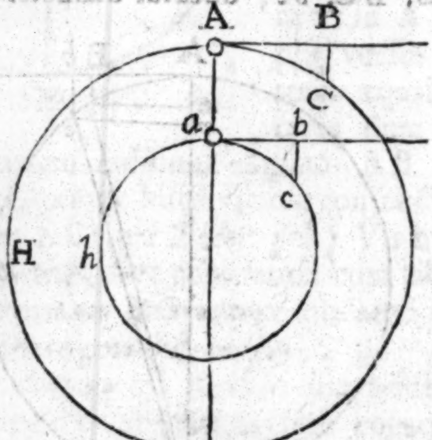
Cor. Hinc eſt $BC = \frac{ACq}{DA}$.

Hoc lemma in omnibus curvis primi generis univerſaliter demonſtravit egregius Newtonus.

THEOR. I.

Si duo mobilia æqualia, æqualibus temporibus, circumferentias inæquales percurrant; erit vis centrifuga in majori circumferentia ad eam quæ in minore, ſicut ipſæ inter ſe circumferentiæ vel earum diametri.

Percurrat mobile A circumferentiam ACH, & eodem tempore mobile *a* circumferentiam *a c h*, ſintque AC, *ac*, arcus minimi ſimul deſcripti. Quia utraque peripheria æquali tempore percurritur, arcus illi



erunt ſimiles, & proinde figura ABC ſimilis erit figuræ *abc*; quare BC : *bc* : : AC : a*c* : : periph. ACH : periph. *a c h*. Sed conſtat ex ſuperiore definitione eſſe vim centrifugam mobilis A ad vim centrifugam mobilis *a* ut BC ad *bc*. Quare erit vis centrifuga mobilis A ad vim centrifugam mobilis *a* ut periph. ACH ad periph. *a c h*, ſive ut illius diameter ad diametrum hujus. Q. E. D.

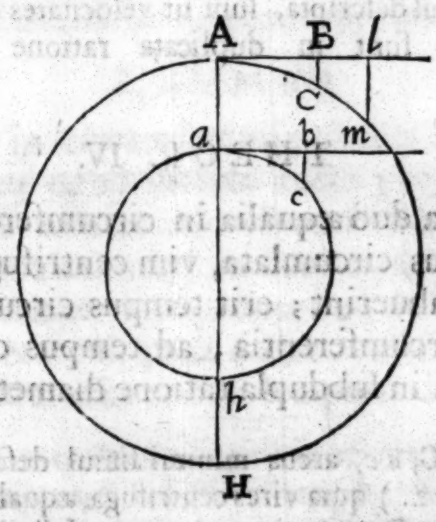
Cor. Hinc vice verſa, ſi vires centrifugæ ſint ut diametri, tempora periodica erunt æqualia.

THEOR.

THEOR. II.

Si duo mobilia æqualia æquali celeritate ferantur in circumferentiis inæqualibus, erunt eorum vires centrifugæ in ratione contraria diametrorum.

Sint A C, *a c* arcus minimi ſimul deſcripti, qui ob æqualem in utroque mobili velocitatem, æquales erunt. Fiat arcus A *m* ſimilis arcui *a c* & ducatur *l m* ad B C parallela; & erit vis centrifuga in majori circumferen-



tia ad eam quæ eſt in minore ut lineola naſcens B C ad naſcentem *b c*; Sed eſt B C ad *b c* in ratione compoſita ex B C ad *l m* & *l m* ad *b c*, & ex præcedenti lemmate eſt B C ad *l m* ut A C*q* ad A *m q*, & eſt *l m* ad *b c* ut A *m* ad *a c* vel A C. Quare erit B C : *b c* : : A C*q* : A *m q* + A *m* : *ac* : : A C*q* : A *m q* + A *m q* : A *m* × *a c* : : A C*q* vel *a c q* : A *m* × *a c* : : *a c* : A *m*, hoc eſt, ut tota periph. *a c b* ad totam periph. A C H, ſive ut diameter *a b* ad diametrum A H. Q. E. D.

THEOR. III.

Si duo mobilia æqualia in circumferentiis æqualibus ferantur, sed utraque motu æquabili, (qualem in his omnibus intelligi volumus) erit vis centrifuga velocioris ad vim tardioris in ratione duplicata celeritatum.

Sunt enim vires centrifugæ ut ſubtenſæ evaneſcentes anguli contactus, (quæ per hactenus demonſtrata) in eodem vel æqualibus circulis ſunt in duplicata ratione arcuum conterminorum : ſed arcus contermini, cum ſint ſpatia ſimul deſcripta, ſunt ut velocitates ; quare vires centrifugæ ſunt in duplicata ratione velocitatum. Q. E. D.

THEOR. IV.

Si mobilia duo æqualia in circumferentiis inæqualibus circumlata, vim centrifugam æqualem habuerint; erit tempus circuitus in majori circumferentia, ad tempus circuitus in minori in ſubdupla ratione diametrorum.

Sint A C, *a c*, arcus minimi ſimul deſcripti ; (vide fig. Theor. 2.) quia vires centrifugæ æquales ſunt, erit $BC = bc$. Dicatur tempus quo deſcribitur periph. ACH, T, & tempus quo deſcribitur periph. *a c h*, *t* : fiat arcus A *m* ſimilis arcui *a c*, & ponamus mobile aliquod eodem tempore percurrere circumferentiam A C H A quo percurritur circumferentia *a c h a*; & in eo caſu arcus in utraque peripheria ſimul deſcripti erunt A *m*, *a c*; ſed eſt velocitas mobilis in dato aliquo tempore percurrentis arcum A *m*, ad velocitatem mobilis eodem tempore percurrentis arcum A C, ut arcus A *m* ad arcum A C, adeoque cum tempus quo eadem

dem peripheria percurritur est semper reciproce ut velocitas, erit $T : t :: A m : A C$ & $T^2 : t^2 :: A m q : A C q :: m l : B C :: m l : b c$: hoc est ob arcum $A m$ similem arcui $a c$ ut diameter $A H$ ad diametrum $a h$, unde constat esse $T : t :: \sqrt{AH} : \sqrt{ah}$: Q. E. D.

Schol. Cum in omni casu, vis centrifuga est ad vim centrifugam ut BC ad bc, est vero $BC = \frac{ACq}{AH}$ & $bc = \frac{acq}{ab}$, erit vis centrifuga ad vim centrifugam ut $\frac{ACq}{AH}$ ad $\frac{acq}{ab}$; hoc est, ut quadrata arcuum simul descriptorum ad circulorum diametros applicata, & cum arcus illi sunt ut velocitates, erunt vires centrifugæ etiam ut velocitatum quadrata ad circulorum diametros applicata.

LEMMA 2.

Si mobile in circumferentia circuli revolvatur, spatium, quod mobile recta progrediens & urgente solummodo vi centrifuga ex motu illo circulari orta, in dato tempore percurreret, erit tertium proportionale circuli diametro & arcui, quem si in circumferentia circuli latum esset eodem tempore describeret.

Sit AC arcus quilibet in minima aliqua temporis particula descriptus, & designet n tempus quodlibet seu numerum quemlibet istiusmodi particularum, erit $n \times AC$ arcus quem mobile in peripheria latum in dato tempore n describet, & BC spatium quod in prima temporis istius particula, urgente vi centrifuga, percurreret. Cum autem mobile omne, vi eadem in eandem semper plagam continuatâ, describat spatia in duplicata ratione temporum (per cor. 3. theor. 12. lect. 11. quippe quæcunque de gravitate demonstrata sunt, ea cuilibet alii vi uniformiter agenti applicari possunt) erit spatium urgente vi centrifuga in tempore n descriptum

 $= n^2$

$= n^2 \times BC$. Sed (ut constat ex lemmate primo) est $AH : AC :: AC : BC$, & ut AC ad BC ita $n \times AC$ ad $n \times BC$; quare est AH ad AC ut $n \times AC$ ad $n \times BC$, & ducendo consequentes in n, erit AH ad $n \times AC$ ut $n \times AC$ ad $n^2 \times BC$, hoc est, diameter circuli, arcus in dato tempore descriptus, & spatium quod urgente vi centrifuga in eodem tempore percurretur, sunt continue proportionalia. Q. E. D.

Cor. Si diameter circuli dicatur D, & arcus in quolibet tempore à mobili descriptus vocetur A, spatium quod mobile urgente vi centrifuga & recta progrediens eodem tempore describeret erit $\frac{A^2}{D}$; sunt enim D, A, $\frac{A^2}{D}$ continue proportionales.

THEOR. V.

Si mobile in circumferentia circuli feratur, ea celeritate quam acquirit cadendo ex altitudine quæ sit quartæ parti diametri æqualis, habebit vim centrifugam suæ gravitati æqualem; hoc est, eadem vi funem, quo in centro detinetur intendit, atque cum in eo suspensum est.

Vocetur diameter circuli D, & peripheria P: & cum ex hypothesi velocitas mobilis in peripheria lati uniformis sit, & æqualis illi quam acquirit cadendo per $\frac{1}{4}$ D, liquet quod mobile æquali tempore in peripheria latum describeret arcum illius duplo æqualem, (per theorema 12. Lect. 11.) hoc est $= \frac{1}{2}$ D; unde ex lem. 2. spatium ab impellente vi centrifuga interea percursum erit $= \frac{1}{4}$ D: est enim D ad $\frac{1}{2}$ D ut $\frac{1}{2}$ D ad $\frac{1}{4}$ D; sed ex hypothesi spatium quod mobile urgente vi gravitatis eodem tempore describit est etiam $\frac{1}{4}$ D. Quare cum spatia à duabus hisce viribus eodem tempore percursa sunt æqualia, erunt quoque vires illæ æquales.

Cor. Hinc vice versa, si mobile in circumferentia latum habeat vim centrifugam suæ gravitati æqualem, ejus velocitas est ea quæ acquiritur cadendo per $\frac{1}{4}$ D.

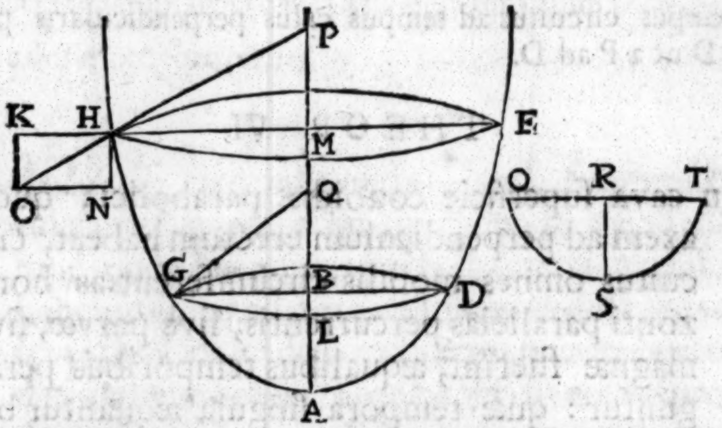
Cor. 2. Hinc tempus circuitus est ad tempus descensus per $\frac{1}{4}$ D ut P ad $\frac{1}{2}$ D sive ut 2 P ad D. Nam quo tempore mobile cum velocitate accelerata percurrit $\frac{1}{4}$ D, cum velocitate ultimò acquisita uniformiter motum percurret $\frac{1}{2}$ D: ac proinde cum velocitates sunt æquales, erunt tempora ut spatia percursa; hoc est, tempus, quo mobile percurrit peripheriam, est ad tempus quo describit $\frac{1}{2}$ D ut P ad $\frac{1}{2}$ D, sive ut 2 P ad D, sed tempus quo describitur $\frac{1}{2}$ D est $=$ tempori casus per $\frac{1}{4}$ D unde erit tempus circuitus ad tempus casus perpendicularis per $\frac{1}{4}$ D ut 2 P ad D.

THEOR. VI.

In cava superficie conoidis parabolici, quod axem ad perpendiculum erectum habeat, circuitus omnes mobilis circumferentias horizonti parallelas percurrentis, sive parvæ, sive magnæ fuerint, æqualibus temporibus peraguntur: quæ tempora singula æquantur binis oscillationibus penduli, cujus longitudo sit dimidium lateris recti parabolæ genetricis.

Sit H G A D E conoides parabolicum, cujus axis A P ad perpendiculum erigitur; G D, H E, diametri circulorum quorum peripherias horizonti parallelas mobile percurrit; quod igitur urgebitur à tribus potentiis sibi mutuo æquipollentibus secundum tres diversas directiones, quarum prima est vis gravitatis impellens mobile secundum rectam H N ad horizontis planum perpendicularem, secunda est vis centrifuga orta ex motu circulari, urgens mobile ab H versus K; tertiæ vero potentiæ supplet vicem resistentia seu contrarius nisus superficiei

perficiei parabolicæ ſecundum lineam H P ſibi perpendicularem agens, nam reactio actioni ſemper æqualis eſt, & fit in plagam contrariam; unde cum ſuperficies perpendiculariter à mobili premitur, hæc æqualiter reaget in corpus ſecundum directionem H P, & contrarius ille niſus æquipollet potentiæ ſecundum directionem H P mobile urgenti: quare cum mobile à tribus hiſce potentiis ſuſtinetur, erunt neceſſario ſibi mutuo in æquilibrio, *i.e.* binæ quævis alterius effectum deſtruent. Unde ducta O N ad H K parallela cum H N occurrente in N,



ſi O H repræſentet reactionem ſuperficiei parabolicæ, recta O N exponet vim centrifugam & H N vim gravitatis mobilis: ſed ob æquiangula triangula H O N, H M P, eſt O N ad H N ut H M ad M P, hoc eſt, erit vis centrifuga mobilis peripheriam circuli H M E deſcribentis ad vim gravitatis ejuſdem ut H M radius circuli ad M P ſubperpendicularem. Similiter in quavis alia peripheria G L D in ſuperficie conoidis, vis centrifuga mobilis ipſam deſcribentis eſt ad vim gravitatis ut G B radius ad B Q ſubperpendicularem. Porro quoniam eſt vis centrifuga mobilis peripheriam H M E percurrentis, ad vim gravitatis ut H M ad M P, & vis gravitatis ejuſdem mobilis eſt ad ejus vim centrifugam

cum

cum peripheriam G L D percurrit ut B Q ad B G, sive (ex natura parabolæ) ut M P ad B G; erit ex æquo vis centrifuga mobilis peripheriam H M E percurrentis ad vim ejus centrifugam cum percurrit peripheriam G L D ut H M ad B G; hoc est, vires centrifugæ sunt ut semidiametri vel diametri circulorum, unde (per corol. Theor. primi) tempora periodica æquantur. Quod primo erat demonstrandum.

Accipiatur jam circulus G L D talis ut ejus diameter G D sit æqualis lateri rectæ parabolæ H A E, unde ex natura parabolæ erit G B = B Q, adeoque vis centrifuga mobilis in peripheria G L D æqualis erit vi gravitatis; est igitur (per cor. præc.) velocitas mobilis in peripheria G L D ea quæ acquiritur cadendo per spatium æquale $\frac{1}{4}$ G D vel (ex natura parabolæ) per B A; fiat jam OST cyclois cujus axis vel diameter circuli generatoris S R sit æqualis A B, & erit tempus descensus per cycloidem O S ad tempus casus perpendicularis per axem R S vel per B A ut $\frac{1}{2}$ P ad D per Theor. 46. Lect. 15. sed (per cor. præc.) est tempus descensus per A B ad tempus circuitus in periph. G L D ut D ad 2 P; quare ex æquo tempus descensus per cycloidem O S est ad tempus circuitus in periph. G L D ut $\frac{1}{2}$ P ad 2 P sive ut 1 ad 4; unde tempus quatuor descensuum per cycloidem, sive tempus binarum oscillationum in cycloide, æquatur tempori circuitus in peripheria G L D. Est vero tempus binarum oscillationum in cycloide æquale tempori binarum oscillationum minimarum in circulo, qui cum cycloide æquicurvus est ad verticem S; eo quod portio istiusmodi circuli & portio cycloidis ad verticem S fere coincidunt, & proinde eundem in rebus physicis præstant effectum, ut jam satis notum est. Sed radius circuli æquicurvi cum cycloide ad verticem S, vel quod idem est radius circuli osculantis cycloidem ad verticem æqualis est duplæ R S vel duplæ A B, (ut facile ex Corol. Theor. 46. Lect. 15. sequitur) adeoque longitudo penduli in circulo illo oscillantis æqualis est

duplæ

duplæ A B ſive dimidio lateris recti parabolæ genetricis. Unde tempus binarum oſcillationum minimarum penduli, cujus longitudo eſt dimidium lateris recti, æquale eſt tempori binarum oſcillationum in cycloide O S T vel tempori circuitus in peripheria G L D vel in periph. H M E. Q. E D.

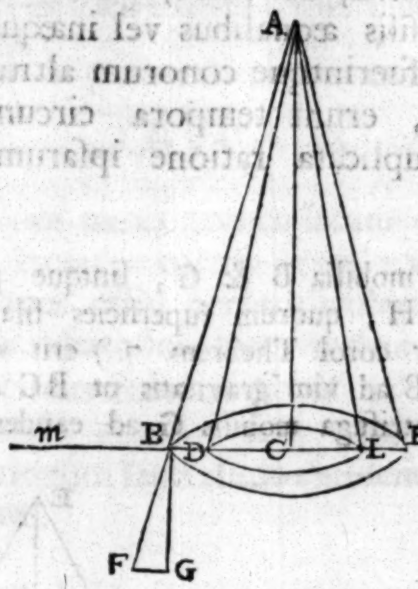
Cor. Hinc ſi mobile in circumferentia circuli ea celeritate feratur quæ acquiritur cadendo per $\frac{1}{4}$ diametri, tempus circuitus æquale erit tempori binarum oſcillationum minimarum penduli cujus longitudo ſit ſemidiameter circuli.

THEOR. VII.

Si mobilia duo ex filis inæqualibus ſuſpenſa gyrentur ita ut circumferentias horizonti parallelas percurrant, capite altero fili immoto manente, fuerint autem conorum, quorum ſuperficies fila hoc motu deſcribunt, altitudines æquales, tempora quoque circulationum æqualia erunt.

Sit A B E conus ille, cujus ſuperficiem deſcribit filum A B; item A D L conus cujus ſuperficiem deſcribat filum A D; ſitque C centrum baſis utriuſque coni, & A C communis eorum altitudo. Conſideretur jam mobile B tanquam à tribus potentiis ſibi mutuo æquipollentibus tractum, quarum una, quæ eſt vis gravitatis, trahit mobile per rectam B G ad horizontis planum perpendicularem, altera ſecundum directionem B *m* agens, eſt vis centrifuga qua mobile à centro ſuæ orbitæ C recedere conatur, tertia vero quæ hiſce duabus æquipollet & reſiſtit, eſt niſus contrarius fili ſecundum directionem A B agens, eſt enim tenſio fili loco potentiæ contrariæ ac eundem in hoc caſu præſtat effectum. Si ergo B F repræſentet actionem fili, vis mobilis centrifuga & vis gravitatis exponentur per rectas

F G & B G (per Theor. 28. Lect. 14.) hoc est, vis centrifuga mobilis B erit ad vim gravitatis ut F G ad B G, sive (propter triangula æquiangula F B G, A B C,) ut



B C ad C A. Eodem modo erit vis gravitatis ad vim centrifugam mobilis D ut A C ad D C : quare ex æquo erit vis centrifuga mobilis B ad vim centrifugam mobilis D ut B C ad D C, hoc est vires centrifugæ sunt ut semidiametri circulorum quorum circumferentias mobilia describunt, ac proinde (per cor. Theor. 1.) tempora circulationum sunt æqualia. Q. E. D.

Cor. Hinc vis centrifuga est ad vim gravitatis ut semidiameter basis coni ad coni altitudinem.

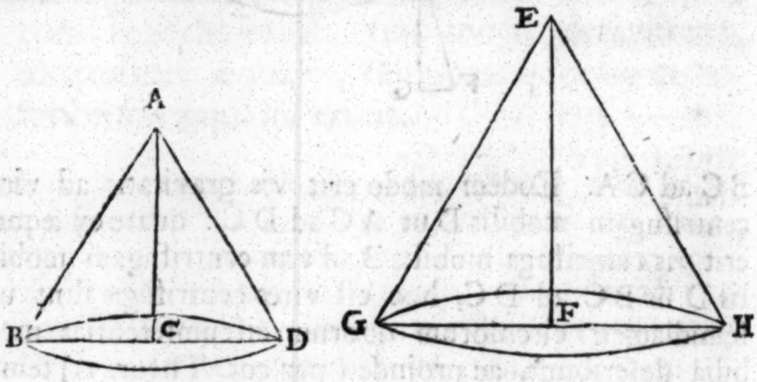
Not. Per vim gravitatis & vim centrifugam nos in hac demonstratione intelligere vires acceleratrices mobilium, nisi mobilia ponantur æqualia, in quo casu possunt etiam sumi vires absolutæ.

THEOR.

THEOR. VIII.

Si duo mobilia, uti prius, motu conico gyrentur, filis æqualibus vel inæqualibus ſuſpenſa; fuerintque conorum altitudines inæquales, erunt tempora circumlationum in ſubduplicata ratione ipſarum altitudinum.

Sint duo mobilia B & G, ſintque primo coni A B D, E G H, quorum ſuperficies fila deſcribant ſimiles; (per corol. Theorem. 7.) erit vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis ut B C ad A C; & erit vis centrifuga mobilis G ad eandem vim gra-



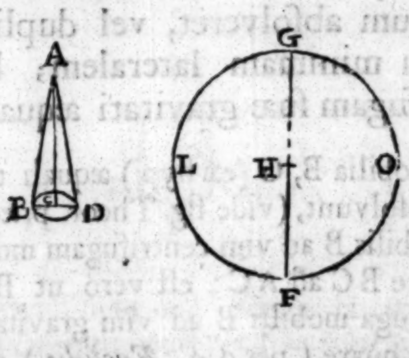
vitatis ut G F ad F E, ſed propter æquiangula triangula A B C, G E F, B C eſt ad A C ut G F ad F E, quare erit vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis ut vis centrifuga mobilis G ad eandem vim gravitatis, ac proinde vires illæ centrifugæ æquales erunt; erunt igitur (per Theorem. 4.) tempora circuitus mobilium in ſubduplicata ratione ſemidiametrorum, hoc eſt, propter æquiangula triangula A B C,

ABC, EGF, in ſubduplicata ratione altitudinum AC & EF. Sed qualeſcunque ſunt coni quos fila deſcribant, modo eorum altitudines invariatæ maneant, tempora circulationum etiam invariata manebunt; quare in omni caſu conſtat veritas hujus Theorematis. Q. E. D.

THEOR. IX.

Si pendulum motu conico latum circuitus minimos faciat; eorum ſingulorum tempora ad tempus caſus perpendicularis ex dupla penduli altitudine eam rationem habent, quam circumferentia circuli ad diametrum: ac proinde æqualia ſunt tempori duarum oſcillationum lateralium ejuſdem penduli minimarum.

Sit ADB conus cujus ſuperficiem deſcribit filum, ejus altitudo ſit Ac fere = AB, quia circuitus ſunt minimi. Semidiametro GH = Ac deſcribatur circu-



lus GLFO, atque in ejus peripheria ponatur mobile revolvi celeritate quæ acquiritur cadendo per $\frac{1}{4}$ ſuæ diametri ſive $\frac{1}{4}$D. (Per Theor. 5.) erit ejus vis centri-

fuga

fuga vi gravitatis æqualis; sed est vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis, ac proinde ad vim centrifugam mobilis in periph. G L F lati, ut B *c* ad A *c* sive G H: quare mobilia B & G cum vires centrifugæ sunt ut radii, tempora circulationum æqualia habebunt (per cor. Theor. 1.) Est vero tempus descensus per G F sive D ad tempus descensus per $\frac{1}{4}$ D ut D ad $\frac{1}{2}$ D (per cor. 3. Theor. 12. Lect. 11.) & est tempus descensus per $\frac{1}{4}$ D ad tempus circuitus in periph. G L G ut $\frac{1}{2}$ D ad P; quare ex æquo erit tempus descensus per D ad tempus circuitus in periph. G L F sive ad tempus circuitus penduli A B *c* D ut D ad P. Pars posterior Theorematis liquet ex corollario Theor. *6*.

Cor. Hinc cum tempus casus perpendicularis est in subduplicata ratione spatii à gravi cadente percursi, erit tempus descensus ex altitudine penduli ad tempus circulationis minimæ ut $\sqrt{\frac{1}{2}} \times$ D ad P.

THEOR. X.

Si mobile in circumferentia feratur, circuitusque singulos absolvat eo tempore, quo pendulum longitudinem semidiametri circumferentiæ ejus habens, motu conico circuitum minimum absolveret, vel duplicem oscillationem minimam lateralem; habebit vim centrifugam suæ gravitati æqualem.

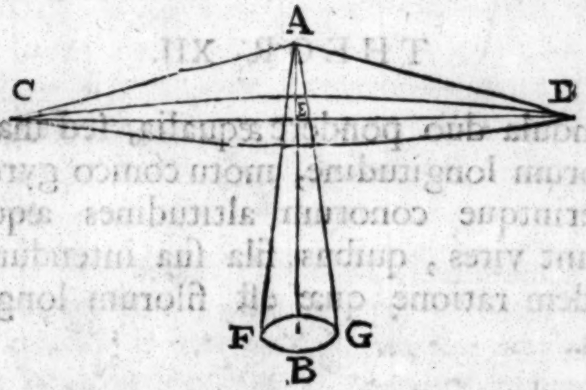
Quia mobilia B, G (ex hyp.) æquali tempore circuitus suos absolvunt, (vide fig. Theor. præc.) erit vis centrifuga mobilis B ad vim centrifugam mobilis G ut B C ad G H sive B C ad A C; est vero ut B C ad A C ita vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis (per cor. Theor. 7.) quare (per 9. 5. *Euclidis*) erit vis centrifuga mobilis G æqualis vi gravitatis. Q. E. D.

THEOR.

THEOR. XI.

Penduli cujuslibet motu conico lati, tempora circuitus æqualia erunt tempori casus perpendicularis, ex altitudine penduli filo æquali; cum angulus inclinationis fili ad planum horizontis fuerit partium 2. scrup. 54. proxime: exacte vero, si anguli dicti sinus fuerit ad radium ut quadratum circulo inscriptum ad quadratum à circumferentia.

Sit pendulum, cujus filum describat superficiem conicam C A D talem, ut sit sinus anguli A C E ad radium (hoc est A E ad A C) ut $\frac{1}{2}D^2$ ad P^2. Sit etiam A F G superficies coni quem penduli filum motu minimo lati describit, cujus proinde altitudo A B = A F



= A C. Erit (per Theor. 8.) tempus circuitus mobilis F ad tempus circuitus mobilis C in subduplicata ratione A B, sive A C ad A E; est vero ut A C ad A E ita (ex hypoth. p^2 ad $\frac{1}{2}D^2$; quare erit tempus circuitus mobilis F ad tempus circuitus mobilis C in subduplicata

plicata ratione P^2 ad $\frac{1}{2}D^2$, hoc eſt in ratione P ad $\sqrt{\frac{1}{2}} \times D$. Eſt vero ut P ad $\sqrt{\frac{1}{2}} \times D$ ita (per cor. Theor. 9.) tempus circulationis minimæ, hoc eſt, tempus circulationis mobilis F ad tempus caſus perpendicularis ex penduli altitudine; quare tempus circuitus mobilis F eandem habet proportionem ad tempus circuitus mobilis C, quam habet ad tempus caſus perpendicularis ex altitudine æquali longitudini penduli; ac proinde (per 9. Elem. 4.) tempus circuitus mobilis C æquale erit tempori caſus perpendicularis ex altitudine æquali longitudini penduli. Q. E. D.

Cum autem eſt P ad D circiter ut 314 ad 100, erit P^2 ad $\frac{1}{2}D^2$ ut 98596 ad 5000. Eſt autem AC ad AE ex prius demonſtratis ut P^2 ad $\frac{1}{2}D^2$; quare eſt 98596 ad 5000 ut AC ad AE, & ut AC ad AE ita (per Trigonometriam) eſt ſinus anguli ACE ſeu radius 100000 ad ſinum anguli ACE; eſt autem ut 98596 ad 5000 ita 100000 ad 5070, qui igitur eſt ſinus anguli ACE cui quamproxime reſpondent gradus 2, ſcrupula 54.

THEOR. XII.

Si pendula duo pondere æqualia, ſed inæquali filorum longitudine, motu conico gyrentur, fuerintque conorum altitudines æquales, erunt vires, quibus fila ſua intendunt, in eadem ratione quæ eſt filorum longitudinis.

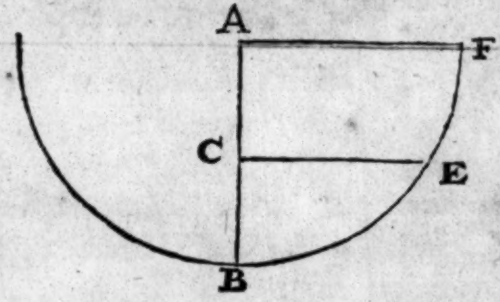
Conſtat ex Theor. 7. Nam vis gravitatis eſt in utroque cono ad tenſionem fili ut altitudo coni ad longitudinem fili; cumque eadem eſt conorum altitudo, patet tenſiones filorum eſſe eorum longitudinibus proportionales. Q. E. D.

THEOR.

THEOR. XIII.

Si pendulum ſimplex oſcillatione laterali maxima agitetur, hoc eſt, ſi per totam circuli quadrantem deſcendat, ubi ad punctum imum circumferentiæ pervenerit, tripla majori vi filum ſuum trahet, quam ſi ex illo ſimpliciter ſuſpenſum foret.

Sit pendulum A B per quadrantem F B motum, biſecetur A B, in C, per quod ducatur C E ad A B perpendicularis circumferentiæ occurrens in E. Si pendulum ſolummodo per arcum E B deſcenderet, acquireret in puncto B eandem velocitatem, ac ſi per C B



$\frac{1}{4}$ diametri deſcendiſſet (per corolarium primum prop. 38. Lectionis XV.) adeoque (per Theor. 5.) habebit in puncto B vim centrifugam ſuæ gravitati æqualem : & proinde gravitas & vis centrifuga ſimul junctæ dupla majori vi filum trahent, quam ſi ſola adeſſet gravitas. Si vero pendulum elevetur ad F, poſt deſcenſum ad B, eandem acquiret velocitatem, ac ſi per A B cecidiſſet. Eſt vero A B ad B C in duplicata ratione velocitatis acquiſitæ in deſcenſu per A B ad velocitatem acquiſitam in deſcenſu per B C ; quare etiam

erit A B ad B C (per Theor. 3.) ut vis centrifuga mobilis in puncto B post descensum per F B ad vim centrifugam in puncto B post descensum tantum per E B, adeoque vis centrifuga mobilis post descensum per F B dupla erit vis centrifugæ post casum per E B; hoc est, vis centrifuga in puncto B post casum per F B dupla erit vis gravitatis; quare filum à vi centrifuga & vi gravitatis simul & secundum eandem directionem agentibus tripla majori vi trahitur, quam si à sola gravitate tenderetur. Q. E. D.

F I N I S.